

М. В. Ткачёва
Н. Е. Фёдорова
М. И. Шабунин

Алгебра

Дидактические
материалы

9



ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

М. В. Ткачёва
Н. Е. Фёдорова
М. И. Шабунин

Алгебра

Дидактические
материалы

9 класс

Учебное пособие
для общеобразовательных
организаций

2-е издание

Москва
«Просвещение»
2016

УДК 373.167.1:512
ББК 22.14я72
Т48

6+

Ткачёва М. В.
Т48 Алгебра. Дидактические материалы. 9 класс : учеб. пособие для общеобразоват. организаций / М. В. Ткачёва, Н. Е. Фёдорова, М. И. Шабунин. — 2-е изд. — М. : Просвещение, 2016. — 127 с. : ил. — ISBN 978-5-09-042289-5.

Данная книга содержит задания, дополняющие систему упражнений учебника «Алгебра. 9 класс» авторов Ю. М. Колягина и др. Она позволяет организовать дифференцированную и индивидуальную работу учащихся на всех этапах урока. В главах пособия содержатся материалы к каждому параграфу учебника, а также контрольная или самостоятельная работа по теме. Все задания имеют балловую оценку уровня их сложности и ответы. Книга также может быть использована в дополнение к учебнику «Алгебра. 9 класс» авторов Ш. А. Алимова и др.

УДК 373.167.1:512
ББК 22.14я72

ISBN 978-5-09-042289-5

© Издательство «Просвещение», 2014
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2014
Все права защищены

Предисловие

Основная цель пособия — дополнить систему упражнений учебника заданиями, позволяющими учителю организовать дифференцированную и индивидуальную работу учащихся на всех этапах урока.

Дидактические материалы составлены к каждой теме курса алгебры 9 класса. Ко всем предложенным в пособии заданиям даны ответы в конце книги.

В каждой главе пособия содержатся:

- 1) дидактические материалы к каждому параграфу учебника;
- 2) контрольная или самостоятельная работа по теме.

Каждый параграф пособия включает разноуровневые задачи для самостоятельной работы в двух вариантах (каждое задание имеет условную балловую оценку степени его сложности).

Используя балловую оценку заданий, учитель может:

- организовать «плавную» дифференциацию обучения математике: в зависимости от качества усвоения темы каждому учащемуся предлагать конкретный балловый диапазон выполняемых заданий, помогая постепенно поднимать уровень своих математических знаний и умений;

- предложить разнообразные виды частично самостоятельных, самостоятельных и проверочных работ: например, выполнить большой объем заданий разной степени сложности и указать, сколько баллов нужно набрать для получения той или иной оценки («3», «4» или «5»).

Следует заметить, что обязательному уровню знаний и умений соответствуют задания, которые оцениваются в пособии в основном баллами 1, 2, 3, 4. Учащиеся, претендующие на отличную оценку, должны справиться с заданиями, которые оцениваются баллами 7, 8.

Контрольные работы по темам состоят из двух частей. Выполнение первой части работы (до черты) позволяет учащемуся получить оценку «3». Для получения оценки «4» учащийся должен справиться с первой частью работы и верно решить одно из заданий второй части (за чертой). Чтобы получить оценку «5», помимо выполнения первой части работы,

учащийся должен решить не менее двух любых заданий из второй части работы.

Расположение материала в пособии соответствует учебнику алгебры для 9 класса Ю. М. Колягина и др. Однако содержание и структура пособия позволяют с успехом использовать его и при работе по другим учебникам.

Степень с рациональным показателем

§ 1. Степень с целым показателем

1. **2** Записать в виде степени с отрицательным показателем:

1) $\frac{1}{2^5}$; 2) $\frac{1}{3^3}$; 3) $\frac{1}{(-5)^3}$; 4) $\frac{1}{(-7)^5}$;

5) $\frac{1}{a^6}$; 6) $\frac{1}{b^4}$; 7) $\left(\frac{a}{b}\right)^3$; 8) $\left(\frac{x}{y}\right)^2$.

2. **2** Представить в виде степени с натуральным показателем:

1) 3^{-4} ; 2) 5^{-4} ; 3) 7^{-2} ;
4) 13^{-10} ; 5) a^{-2} ; 6) b^{-4} .

Вычислить (3—5).

3. **3** 1) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-1}$; 2) $\left(-\frac{7}{5}\right)^{-1}$;

3) $\left(-\frac{4}{5}\right)^{-2}$; 4) $\left(\frac{7}{8}\right)^{-2}$;

5) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$; 6) $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-3}$.

4. **4** 1) $(0,2)^{-5}$; 2) $(0,3)^{-4}$;
3) $(-0,5)^{-3}$; 4) $(-0,7)^{-2}$;
5) $-(-0,3)^{-3}$; 6) $-(-0,9)^{-2}$;
7) $(1,2)^{-3}$; 8) $(2,1)^{-2}$.

5. **4** 1) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - (-2)^{-3}$; 2) $(-3)^{-3} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$;

3) $(-10)^{-3} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$; 4) $\left(\frac{2}{7}\right)^{-3} + (-2)^{-5}$.

6. 5 Сравнить числа:

1) $(0,3)^{-5}$ и $(0,3)^5$;

3) $(-0,1)^{-7}$ и $(-0,1)^7$;

2) $(0,2)^{-3}$ и $(0,2)^3$;

4) $(-2,3)^{-4}$ и $(-2,3)^4$.

Записать в виде степени с натуральным показателем (7—9).

7. 4 1) $3^{-3} \cdot 3^{-4}$;

3) $3^{-5} \cdot 3^9$;

5) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$;

2) $2^{-5} \cdot 2^{-7}$;

4) $2^{-8} \cdot 2^3$;

6) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$.

8. 4 1) $3^{-3} : 3^{-4}$;

3) $3^{-5} : 3^9$;

5) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$;

2) $2^{-5} : 2^{-7}$;

4) $2^{-8} : 2^3$;

6) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} : \left(\frac{2}{3}\right)^2$.

9. 4 1) $(3^{-3})^3$;

3) $(3^{-5})^{-3}$;

5) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^{-2}$;

2) $(2^{-5})^2$;

4) $(2^{-8})^{-3}$;

6) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}\right]^2$.

Выполнить действия (10, 11).

10. 5 1) $2x^{-3}y^5 \cdot 3x^4y^{-2}$;

3) $2,5d^6c^{-3} : (0,05d^4c^5)$;

5) $8mn^0 : (0,4m^{-2}n^2)$;

2) $5x^4y^{-3} \cdot 6,2x^2y^5$;

4) $1,5x^{-3}y : (6x^4y^{-1})$;

6) $4m^3n^{-3} : (0,2m^0n^3)$.

11. 6 1) $(2x^3y^{-2})^2 \cdot (3x^{-3}y^2)$;

3) $\left(\frac{1}{2}x^{-3}y^2\right)^{-2} : (4x^6y^4)$;

2) $\left(\frac{2m^{-3}}{5n^{-2}}\right)^2 \cdot \frac{15n}{m^{-5}}$;

4) $\frac{3m^4}{2n^3} : \left(\frac{3^{-1}m^{-2}}{2n^{-4}}\right)^{-2}$.

12. 7 Упростить выражение:

1) $(x^{-1} - x^{-3})^2 + \frac{2}{x^4}$;

2) $(m^{-2} + m^{-3})^2 - \frac{2}{m^5}$;

3) $(x^{-1} - y^{-1}) : (x^{-2} - y^{-2})$;

4) $(m^{-2} - n^{-2}) : (m^{-1} - n^{-1})$;

5) $(a^{-2} + a^{-1} + 1)(a^2 - a) + a^{-1}$;

6) $(4mn^{-1} - m^{-1}n) : (2n^{-1} - m^{-1})$.

13. 6 Вычислить:

1) $(8^2)^{-6} \cdot (8^3)^4 + \left(\frac{1}{5}\right)^{-3}$; 2) $(14^2)^3 \cdot (14^{-2})^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$.

14. 7 Представив дробь в виде степени, найти её значение при данном значении m :

1) $\frac{m^{49}m^{72}m^{-130}}{m^{-28}m^{17}}$, $m = 1\frac{1}{4}$; 2) $\frac{m^{-9}m^{201}}{m^{58}m^{131}}$, $m = 0,2$.

15. 7 Записать число в стандартном виде:

1) 300000^3 ; 2) $0,0004^4$;
3) $0,008^{-2}$; 4) 5000^{-2} ;
5) $0,000000073$; 6) $0,0000004013$;
7) $\frac{3}{125}$; 8) $\frac{4}{625}$.

16. 7 Упростить выражение:

1) $\frac{x^{-3}}{x^{-1}+2} + \frac{2x^{-3}-16}{x^{-2}-4}$; 2) $\frac{x^{-1}}{x^{-1}+4} + \frac{4x^{-1}}{x^{-2}-16}$.

17. 9 Доказать, что число a составное, если:

1) $a = 3^8 + 8^{10}$; 2) $a = 2^{14} + 7^{20}$.

18. 9 Доказать, что данная сумма A делится на n , если:

1) $A = 7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{2014}$, $n = 8$;
2) $A = 9 + 9^2 + 9^3 + \dots + 9^{2012}$, $n = 10$.

§ 2. Арифметический корень натуральной степени

1. 2 Найти число, третья степень которого равна числу:

1) 8; 2) 64; 3) -27;
4) -125; 5) $\frac{1}{64}$; 6) $\frac{8}{27}$.

2. 2 Найти число, четвёртая степень которого равна числу:

1) 16; 2) 81; 3) 625; 4) 256.

3. 3 Вычислить:

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| 1) $\sqrt{8^4}$; | 2) $\sqrt{5^6}$; |
| 3) $\sqrt[3]{16^6}$; | 4) $\sqrt[3]{5^{12}}$; |
| 5) $\sqrt[3]{(-4)^6}$; | 6) $\sqrt[3]{(-2,5)^6}$; |
| 7) $\sqrt[4]{(-0,5)^{12}}$; | 8) $\sqrt[4]{(-0,5)^{16}}$. |

4. 4 Решить уравнение:

- | | |
|-----------------------|--------------------|
| 1) $x^3 = -27$; | 2) $x^5 = -32$; |
| 3) $x^4 = 16$; | 4) $x^4 = 625$; |
| 5) $x^4 = -10\,000$; | 6) $x^4 = -1296$. |

5. 6 Выяснить, при каких значениях x имеет смысл выражение:

- | | |
|-------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $\sqrt[4]{x}$; | 2) $\sqrt[6]{-x}$; |
| 3) $\sqrt[3]{x^2 + 1}$; | 4) $\sqrt[5]{x^2 + 2}$; |
| 5) $\sqrt[4]{x^2 - 2x - 3}$; | 6) $\sqrt[4]{\frac{x-3}{2x+3}}$. |

6. 7 Упростить:

- 1) $\sqrt[4]{(x-1)^4}$ при $x \geq 1$; при $x < 1$;
- 2) $\sqrt[8]{(m-n)^8}$ при $m \geq n$; при $m < n$;
- 3) $\sqrt[10]{(x-3)^{10}}$ при $x \geq 3$; при $x < 3$;
- 4) $\sqrt[6]{(2-x)^6}$ при $x \geq 2$; при $x < 2$.

7. 9 С помощью формулы Алькархи найти с точностью до 0,1 приближённое значение квадратного корня:

- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| 1) $\sqrt{204}$; $\sqrt{462}$; | 2) $\sqrt{133}$; $\sqrt{541}$. |
|----------------------------------|----------------------------------|

Результаты проверить с помощью микрокалькулятора.

8. 9 С помощью формулы, выведенной Л. Фибоначчи, найти с точностью до 0,001 приближённое значение корня:

- | | |
|--|--|
| 1) $\sqrt[3]{223}$; $\sqrt[3]{742}$; | 2) $\sqrt[3]{356}$; $\sqrt[3]{531}$. |
|--|--|

Результат проверить с помощью микрокалькулятора.

§ 3. Свойства арифметического корня

1. 3 Найти значение выражения:

1) $\sqrt{16 \cdot 64}, \sqrt{25 \cdot 16 \cdot 100};$

2) $\sqrt{81 \cdot 25}, \sqrt{225 \cdot 64 \cdot 9};$

3) $\sqrt[3]{8 \cdot 64 \cdot 216}, \sqrt[3]{1000 \cdot 512};$

4) $\sqrt[3]{27 \cdot 0,001 \cdot 125}, \sqrt[3]{343 \cdot 0,125};$

5) $\sqrt[4]{625 \cdot 0,0016 \cdot 256};$

6) $\sqrt[5]{243 \cdot 0,00001 \cdot 0,00032}.$

Вычислить (2, 3).

2. 3 1) $\sqrt[3]{12^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3}, \sqrt[4]{1,5^4 \cdot 4^4 \cdot 0,001^4};$

2) $\sqrt[10]{\left(\frac{2}{3}\right)^{10} \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^{10}}, \sqrt[9]{0,6^9 \cdot 2^9 \cdot 4,5^9}.$

3. 4 1) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{500}, \sqrt[3]{0,2} \cdot \sqrt[3]{0,04};$

2) $\sqrt[4]{324} \cdot \sqrt[4]{4}, \sqrt[5]{16} \cdot \sqrt[5]{2}.$

4. 4 Извлекь корень из степени:

1) $\sqrt{3^6}, \sqrt{7^4};$

2) $\sqrt[3]{5^9}, \sqrt[5]{0,3^{10}};$

3) $\sqrt[3]{a^6}, \sqrt[5]{b^{30}};$

4) $\sqrt{x^4}, \sqrt{y^8}.$

5. 4 Извлекь корень из одночлена (буквами обозначены положительные числа):

1) $\sqrt[3]{a^6 b^9}, \sqrt[3]{64 x^3 z^6};$

2) $\sqrt[3]{a^{12} b^3}, \sqrt[3]{1000 a^6 b^6}.$

6. 4 Найти произведение:

1) $\sqrt[3]{ab^2} \cdot \sqrt[3]{a^2 b};$

2) $\sqrt[3]{a^2 b^4} \cdot \sqrt[3]{ab^2}.$

7. 4 Извлекь корень из дроби:

1) $\sqrt[3]{\frac{1}{64}}, \sqrt[4]{\frac{81}{16}}, \sqrt[5]{\frac{32}{243}};$

2) $\sqrt[3]{\frac{125}{216}}, \sqrt[4]{\frac{625}{16}}, \sqrt[3]{\frac{512}{27}}.$

8. 4 Найти частное:

1) $\sqrt[3]{128} : \sqrt[3]{2000}$, $\sqrt[3]{192} : \sqrt[3]{\frac{3}{8}}$, $\sqrt[4]{80} : \sqrt[4]{5}$;

2) $\sqrt[4]{243} : \sqrt[4]{3}$, $\sqrt[5]{256} : \sqrt[5]{8}$, $\sqrt[8]{64} : \sqrt[8]{\frac{1}{4}}$.

Упростить выражение (буквами обозначены положительные числа) (9—12).

9. 5 1) $\sqrt[3]{b^2z} : \sqrt[3]{bz}$;

2) $\sqrt[3]{ax^2} : \sqrt[3]{x}$;

3) $3a\sqrt{b} : a\sqrt{bc}$;

4) $6x\sqrt{x} : 2\sqrt{xy}$;

5) $4\sqrt{x^3y^3} : \frac{1}{2}\sqrt{xy}$;

6) $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{bc}} : \sqrt{bc}$.

10. 4 1) $\sqrt{a^{-4}}$;

2) $\sqrt[3]{b^{-9}}$;

3) $\sqrt[5]{c^{-10}}$;

4) $\sqrt[6]{d^{-12}}$.

11. 6 1) $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[5]{\sqrt{7}}$, $\sqrt[3]{\sqrt{5}}$, $\sqrt{\sqrt{2}}$;

2) $\sqrt[8]{\sqrt{25}}$, $\sqrt[4]{\sqrt{4}}$, $\sqrt[3]{\sqrt{4}}$, $\sqrt[3]{\sqrt{27}}$;

3) $\sqrt[3]{a^{12}b^{36}}$;

4) $\sqrt[5]{c^{20}d^{10}}$.

12. 7 1) $\frac{\sqrt[3]{a^{18}}}{(\sqrt[5]{a})^{10}}$;

2) $\frac{(a\sqrt[3]{bc})^3}{a^2(bc)^3}$;

3) $\frac{\left(c\sqrt{\frac{c}{d}}\right)^4}{\sqrt[5]{c^{20}}}$;

4) $\frac{\sqrt[4]{a^8c^{24}}}{(\sqrt[3]{a^3b})^6}$.

13. 8 Доказать справедливость равенства:

1) $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{6 - 4\sqrt{2}} = 1$;

2) $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = 1$;

3) $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} + \sqrt{14 - 6\sqrt{5}} = 1$;

4) $\sqrt{11 - 4\sqrt{7}} + \sqrt{16 - 6\sqrt{7}} = 1$;

5) $\sqrt{18 - 8\sqrt{2}} - \sqrt{6 - 4\sqrt{2}} = 2$;

6) $\sqrt{19 - 8\sqrt{3}} - \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = 2$.

Упростить выражение (14—17).

$$14. \boxed{8} \quad 1) \left(\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} + \sqrt{2} \right) \left(\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} - \sqrt{2} \right) \cdot \frac{4ab}{a^2 + b^2};$$

$$2) \left(\frac{\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} - 1} - \frac{\sqrt{a} - 1}{\sqrt{a} + 1} + 4\sqrt{a} \right) \left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right).$$

$$15. \boxed{9} \quad 1) \left(\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}} \right) \cdot \frac{\sqrt{a^3b}}{a + b} - \frac{2b}{a - b};$$

$$2) \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^3 + 2a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}} + \frac{3\sqrt{ab} - 3b}{a - b}.$$

$$16. \boxed{9} \quad 1) \frac{a - b}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \left(\frac{a + \sqrt[4]{ab^3}}{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}} - \sqrt[4]{ab} \right);$$

$$2) \frac{\sqrt[3]{a^4} - 8b^3\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^2} + 2\sqrt[3]{ab} + 4\sqrt[3]{b^2}} \left(1 - 2\sqrt[3]{\frac{b}{a}} \right)^{-1}.$$

$$17. \boxed{9} \quad 1) \frac{2}{\sqrt[3]{ab}} \left((b - a)(\sqrt[3]{b} - \sqrt[3]{a})^{-1} - \frac{a + b}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} \right);$$

$$2) \left(\frac{a - b}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} - (a + b)(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})^{-1} \right) \cdot \frac{6}{\sqrt[3]{ab}}.$$

18. $\boxed{8}$ Найти значение выражения:

$$1) \sqrt[5]{-32 \cdot 243} + \sqrt[4]{16 \cdot 625}; \quad 2) \sqrt[6]{\frac{64}{729}} - \sqrt[7]{-\frac{128}{10000000}}.$$

Упростить выражение и найти его числовое значение (19—20).

$$19. \boxed{9} \quad 1) (256 + \sqrt{x})(16 + \sqrt[4]{x})(4 + \sqrt[8]{x})(2 + \sqrt[16]{x})(2 - \sqrt[16]{x})$$

при $x = 536$;

$$2) (\sqrt{x} + 81)(\sqrt[4]{x} + 9)(\sqrt[8]{x} + 3)(3 - \sqrt[8]{x}) \quad \text{при } x = 561.$$

$$20. \boxed{9} \quad 1) \frac{32}{16 + \sqrt{x}} + \frac{4}{4 + \sqrt[4]{x}} + \frac{1}{2 + \sqrt[8]{x}} + \frac{1}{2 - \sqrt[8]{x}}$$

при $x = 128$;

$$2) \frac{8}{1 + \sqrt{x}} + \frac{4}{1 + \sqrt[4]{x}} + \frac{2}{1 + \sqrt[8]{x}} + \frac{1}{1 + \sqrt[16]{x}} + \frac{1}{1 - \sqrt[16]{x}}$$

при $x = 0,8$.

§ 4. Степень с рациональным показателем

Представить в виде степени с рациональным показателем (1, 2).

1. **2** 1) $\sqrt{a^3}$; 2) $\sqrt[4]{b^3}$; 3) $\sqrt[5]{x^2}$;
 4) $\sqrt[7]{m^3}$; 5) $\sqrt[5]{c^{-2}}$; 6) $\sqrt[3]{d^{-1}}$.

2. **3** 1) $\sqrt{(a-b)^{-1}}$; 2) $\sqrt{(x+y)^{-1}}$;
 3) $\sqrt[3]{(2xy)^2}$; 4) $\sqrt[4]{(3ab)^3}$;
 5) $\sqrt[4]{(x-y)^{-3}}$; 6) $\sqrt[3]{(a+b)^{-2}}$.

Представить в виде корня из степени с целым показателем (3, 4).

3. **2** 1) $a^{\frac{1}{5}}$; 2) $b^{\frac{1}{7}}$; 3) $x^{\frac{2}{3}}$;
 4) $y^{\frac{3}{5}}$; 5) $m^{\frac{1}{3}}$; 6) $n^{\frac{1}{4}}$.

4. **3** 1) $(3z)^{\frac{5}{6}}$; 2) $(2t)^{\frac{2}{3}}$; 3) $(x+y)^{\frac{1}{5}}$;
 4) $(a^2+b)^{\frac{1}{3}}$; 5) $(c+d)^{\frac{2}{7}}$; 6) $(a-c)^{\frac{3}{5}}$.

5. **4** Вычислить:

1) $\left(\frac{9}{16}\right)^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$; 2) $\left(\frac{27}{64}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{8}{9}\right)^{-1}$;
 3) $\left(\frac{1}{27} \cdot 125^{-1}\right)^{-\frac{1}{3}}$; 4) $\left(\frac{1}{64} \cdot 27^{-1}\right)^{-\frac{1}{3}}$;
 5) $(0,01)^{-2} : 100^{-\frac{1}{2}}$; 6) $(0,02)^{-1} : 400^{-\frac{1}{2}}$.

6. **4** Найти значение выражения:

1) $2a + 3a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}$ при $a = 36$, $b = 4$;
 2) $(1 - a^2)^{-\frac{1}{2}}$ при $a = \frac{4}{5}$.

7. 5 Представить в виде степени с рациональным показателем:

1) $a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{1}{2}}$;

2) $x^{\frac{1}{5}} \cdot x^{\frac{3}{5}}$;

3) $y^{\frac{2}{3}} : y^{-\frac{1}{3}}$;

4) $m : m^{\frac{2}{3}}$;

5) $x^{\frac{4}{3}} : \sqrt[3]{x}$;

6) $a^{\frac{2}{5}} : \sqrt[5]{a}$;

7) $(b^4)^{-\frac{3}{4}} \cdot (b^{-1,6})^{\frac{1}{8}}$;

8) $\left(y^{\frac{4}{7}}\right)^{-\frac{3}{2}} \cdot \left(y^{-1\frac{1}{4}}\right)^{1\frac{3}{5}}$.

8. 6 Вычислить:

1) $4^{-\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{2}{3}}$;

2) $6^{-\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{9}{16}\right)^{-\frac{1}{6}}$;

3) $\frac{15^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{\frac{7}{3}}}{5^{-\frac{1}{3}}}$;

4) $\frac{10^{\frac{3}{5}} \cdot 2^{-0,6}}{5^{-1,4}}$.

9. 7 Упростить выражение:

1) $\frac{\sqrt[6]{a^3 \sqrt{a}}}{a^{\frac{1}{9}}}$;

2) $\frac{\sqrt{x^2 \sqrt[4]{x^{-2}}}}{x^{\frac{3}{5}}}$;

3) $\frac{m^{\frac{1}{21}}}{\sqrt[7]{m^3 \sqrt{m^{-2}}}}$;

4) $\frac{k^{2,09}}{\sqrt[10]{k^{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt{k}}}$.

10. 7 Вынести за скобки множитель, указанный после дробления:

1) $x^{\frac{1}{2}} + x, x^{\frac{1}{2}}$;

2) $m - m^{\frac{1}{2}}, m^{\frac{1}{2}}$;

3) $12xy^{\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{1}{2}}y, 3x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$;

4) $5a^{\frac{1}{2}}b + 15ab^{\frac{1}{2}}, 5a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}$;

5) $(ab)^{\frac{1}{3}} + (ac)^{\frac{1}{3}}, a^{\frac{2}{3}}$;

6) $(xy)^{\frac{1}{4}} - (xz)^{\frac{1}{4}}, x^{\frac{1}{2}}$;

7) $y^{\frac{4}{3}} + y^{-\frac{1}{3}}, y^{-\frac{1}{3}}$;

8) $a^{\frac{5}{3}} + a^{-\frac{1}{3}}, a^{-\frac{1}{3}}$.

11. 7 Разложить на множители, пользуясь формулами сокращённого умножения:

- | | |
|---|--|
| 1) $a - b$; | 2) $x - 4$; |
| 3) $a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}$; | 4) $x^{\frac{1}{2}} - 2$; |
| 5) $y^{\frac{2}{3}} - 1$; | 6) $m^{\frac{2}{3}} - 1$; |
| 7) $4a^{\frac{1}{6}} - b^{\frac{1}{2}}$; | 8) $0,01m^{\frac{1}{6}} - n^{\frac{1}{6}}$. |

12. 7 Сократить дробь:

- | | |
|--|--|
| 1) $\frac{y - 16y^{\frac{1}{2}}}{5y^{\frac{1}{4}} + 20}$; | 2) $\frac{a^{\frac{4}{5}} - b^{\frac{4}{5}}}{a^{\frac{2}{5}} - b^{\frac{2}{5}}}$; |
| 3) $\frac{a - b}{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}$; | 4) $\frac{m^{\frac{3}{2}} + n^{\frac{3}{2}}}{m - n}$. |

Упростить выражение (13, 14).

13. 9 1) $\left(\frac{\sqrt[4]{ab} - \sqrt{ab}}{1 - \sqrt{ab}} + \frac{1 - \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{ab}} \right) : \frac{\sqrt[4]{ab}}{1 + \sqrt[4]{a^3b^3}} + \frac{\sqrt[4]{ab} + \sqrt{ab} - 1}{\sqrt{ab}}$;

2) $\frac{a + b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} : \left(\frac{a + b}{\sqrt{ab}} + \frac{b}{a - \sqrt{ab}} - \frac{a}{b + \sqrt{ab}} \right)$.

14. 10 1) $\left(\frac{a - 2b}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{4b^2}} + \frac{\sqrt[3]{2a^2b} + \sqrt[3]{4ab^2}}{\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{4b^2} + \sqrt[3]{16ab}} \right) :$

$$: \frac{a\sqrt[3]{a} + b\sqrt[3]{2b} + b\sqrt[3]{a} + a\sqrt[3]{2b}}{a + 2b}$$
;

2) $\left(\frac{\sqrt[4]{a} (\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})^{-1}}{\sqrt[4]{\frac{b}{a}} + 1} - \frac{\sqrt[4]{b}}{(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}) \left(\sqrt[4]{\frac{a}{b}} + 1 \right) - 2\sqrt[4]{a}} \right) (a - b)$.

15. 8 Вычислить с помощью микрокалькулятора с точностью до 0,0001:

- 1) $2^{\sqrt{3}}$; 2) $5^{\sqrt{2}}$; 3) $3^{\sqrt{5}}$; 4) $4^{\sqrt{7}}$.

Упростить (16—17).

16. $\boxed{9}$ 1) $(x^{\sqrt{2}} - 1)^{\sqrt{2}} + 1$;
3) $a^{(\sqrt{7} + 1)^2}$;

2) $(y^{\sqrt{3}} + 1)^{\sqrt{3}} - 1$;
4) $b^{(1 - \sqrt{5})^2}$.

17. $\boxed{9}$ 1) $\left(\frac{1}{x^{\sqrt{2}}} + \frac{1}{y^{\sqrt{2}}}\right) \cdot x^{2\sqrt{2}} y^{2\sqrt{2}}$;

2) $\frac{1}{x^{\sqrt{3}} y^{\sqrt{3}}} : \left(\frac{x^{\sqrt{3}}}{y^{\sqrt{3}}} - \frac{y^{\sqrt{3}}}{x^{\sqrt{3}}}\right)$.

§ 5. Возведение в степень числового неравенства

Сравнить числа (1—3).

1. $\boxed{2}$ 1) $1^{\frac{3}{7}}$ и $2^{\frac{3}{7}}$;

2) $1^{\frac{2}{3}}$ и $(0,1)^{\frac{2}{3}}$;

3) $(0,2)^{-\frac{2}{3}}$ и $1^{\frac{2}{3}}$;

4) $3^{\frac{3}{5}}$ и $1^{\frac{3}{5}}$.

2. $\boxed{2}$ 1) $4^{\frac{1}{3}}$ и $5^{\frac{1}{3}}$;

2) $7^{\frac{1}{5}}$ и $8^{\frac{1}{5}}$;

3) $2^{\frac{3}{5}}$ и $4^{\frac{3}{5}}$;

4) $3^{\frac{3}{7}}$ и $6^{\frac{3}{7}}$.

3. $\boxed{3}$ 1) $\left(\frac{12}{13}\right)^{\frac{1}{5}}$ и $\left(\frac{13}{14}\right)^{\frac{1}{5}}$;

2) $\left(\frac{22}{23}\right)^{\frac{5}{8}}$ и $\left(\frac{23}{24}\right)^{\frac{5}{8}}$;

3) $(0,25)^{\frac{4}{15}}$ и $(0,32)^{\frac{4}{15}}$;

4) $(0,45)^{\frac{8}{3}}$ и $(0,36)^{\frac{8}{3}}$;

5) $(1,7)^{-\frac{3}{7}}$ и $(1,71)^{-\frac{3}{7}}$;

6) $(2,03)^{-\frac{2}{5}}$ и $(2,02)^{-\frac{2}{5}}$;

7) $\sqrt[5]{\left(\frac{2}{9}\right)^3}$ и $\sqrt[5]{\left(\frac{1}{4}\right)^3}$;

8) $\sqrt[7]{\left(\frac{3}{7}\right)^2}$ и $\sqrt[7]{\left(\frac{4}{9}\right)^2}$.

Решить уравнение (4—7).

4. $\boxed{4}$ 1) $2^x = 4$;

2) $3^x = 9$;

3) $2^{x+1} = 16$;

4) $3^{x+2} = 27$.

5. $\boxed{5}$ 1) $4^{x-1} = 32$;

2) $8^{x+2} = 128$;

3) $9^{2-y} = 27$;

4) $9^{3-2x} = 81$.

6. 5 1) $\left(\frac{1}{9}\right)^{3+x} = 3^{2x-8}$;

2) $2^{3x-8} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2}$;

3) $9^x \cdot 3^{x+5} = \frac{1}{27}$;

4) $25^{x-2} \cdot 5^{x+3} = \frac{1}{125}$.

7. 6 1) $16^{2x-3} \cdot \sqrt{2} = \frac{8^{x-2}}{\sqrt{2}}$;

2) $\frac{9^x}{\sqrt{3}} = 9^{5x+2} \cdot \sqrt{3}$.

8. 9 Вычислить:

1) $\log_3 27$;

2) $\log_2 32$;

3) $\log_{\frac{1}{5}} 5$;

4) $\log_{\frac{1}{7}} 7$.

9. 9 Решить неравенство:

1) $x^{\frac{1}{3}} > (1-x)^{\frac{1}{3}}$;

2) $x^{\frac{2}{5}} < (2-x)^{\frac{2}{5}}$;

3) $(x+1)^{\frac{1}{3}} > (2x-1)^{\frac{1}{3}}$;

4) $(3x+5)^{\frac{3}{4}} < (1-2x)^{\frac{3}{4}}$.

10. 9 Вычислить:

1) $\log_2 4$;

2) $\log_3 81$;

3) $\log_2 \frac{1}{2}$;

4) $\log_{16} \frac{1}{16}$;

5) $\lg 1000$;

6) $\lg 0,001$.

11. 9 Сравнить числа:

1) $\left(\frac{2}{3}\right)^{\sqrt{3}}$ и $\left(\frac{3}{2}\right)^{\sqrt{3}}$;

2) $\left(\frac{3}{5}\right)^{\sqrt{2}}$ и $\left(\frac{5}{3}\right)^{\sqrt{2}}$;

3) $\left(\frac{5}{7}\right)^{-\sqrt{3}}$ и $\left(\frac{7}{9}\right)^{-\sqrt{3}}$;

4) $\left(\frac{4}{7}\right)^{-\sqrt{5}}$ и $\left(\frac{5}{9}\right)^{-\sqrt{5}}$.

12. 8 Вычислить на микрокалькуляторе с точностью до 0,01:

1) $\lg 15$;

2) $\lg 125$;

3) $\lg 7$;

4) $\lg 3$.

13. 10 1) При каком значении a уравнение

$$ax^{\frac{4}{5}} + 2(a+1)x^{\frac{2}{5}} - (3a+2) = 0$$

имеет единственный корень?

2) Сколько корней имеет уравнение

$$\sqrt[7]{x^6} - 2(3a+1)x^{\frac{3}{7}} + 12a = 0?$$

Найти корни уравнения для каждого a .

Контрольная работа № 1

1. Вычислить:

$$1) \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - 2^{-4} : 2^{-6} \quad \left[1) 9 \cdot 3^{-2} + 4 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \right];$$

$$2) \sqrt[3]{125} - \sqrt[5]{\frac{1}{32}} \quad \left[2) \sqrt[4]{81} + \sqrt[3]{\frac{1}{64}} \right].$$

2. Упростить выражение:

$$1) \frac{2x^{-7} \cdot 3x^5}{6x^{-2}} \quad \left[1) \frac{5x^7 \cdot 3x^{-4}}{15x^3} \right];$$

$$2) (x^{-1} - 2y^{-3})^2 + 4x^{-1}y^{-3} \\ [2) 6x^{-2}y^{-1} + (3y^{-1} - x^{-2})^2].$$

3. Сравнить числа:

$$1) \left(\frac{13}{15}\right)^7 \text{ и } \left(\frac{15}{17}\right)^7 \quad \left[1) \left(\frac{11}{12}\right)^5 \text{ и } \left(\frac{10}{11}\right)^5 \right];$$

$$2) (1,14)^{-3} \text{ и } (0,14)^{-3} \quad [2) (0,71)^{-5} \text{ и } (2,13)^{-5}].$$

4. Упростить выражение

$$\left(\frac{a^{-1} + b^{-2}}{\sqrt[3]{a^{-1}} + \sqrt[3]{b^{-2}}} + 3\sqrt[3]{a^{-1}b^{-2}} \right) : \frac{\sqrt[3]{a^{-1}} + \sqrt[3]{b^{-2}}}{b}$$

$$\left[\frac{\sqrt[3]{x^{-2}} - \sqrt[3]{y^{-1}}}{x^{-2} - y^{-1}} : \frac{x^{-4} - y^{-2}}{\sqrt[3]{x^{-4}} + \sqrt[3]{x^{-2}y^{-1}} + \sqrt[3]{y^{-2}}} + \frac{1}{x^{-2} + y^{-1}} \right].$$

5. Решить уравнение

$$2^{x^2-3} = 4^x \quad \left[3^{x^2+7} = 9^{4x} \right].$$

Степенная функция

§ 6. Область определения функции

1. $\boxed{3}$ Функция задана формулой $y = 2x^2 - x - 6$.
- 1) Найти $y(1)$, $y(-1)$, $y(0)$.
 - 2) Найти значения x , при которых $y(x) = 9$, $y(x) = 4$, $y(x) = 15$.
2. $\boxed{3}$ Функция задана формулой $y = 3x^2 - 10x - 8$.
- 1) Найти $y(1)$, $y(-1)$, $y(0)$.
 - 2) Найти значения x , при которых $y(x) = -16$, $y(x) = 24$, $y(x) = 0$.
3. $\boxed{4}$ Построить график функции $y = f(x)$ и указать значения x , при которых функция принимает положительные значения; отрицательные значения, если:
- 1) $y = -2x + 3$;
 - 2) $y = \frac{1}{3}x - 2$;
 - 3) $y = x^2 - 5x + 6$;
 - 4) $y = -x^2 + 5x - 6$.

Найти область определения функции (4, 5).

4. $\boxed{4}$
- 1) $y = 3x^2 + x - 11$;
 - 2) $y = -2x^2 - x - 5$;
 - 3) $y = \sqrt{x - 3}$;
 - 4) $y = \sqrt{3 - x}$;
 - 5) $y = \sqrt{x^2 - 9}$;
 - 6) $y = \sqrt{2x^2 - 32}$;
 - 7) $y = \frac{3 - x}{x - 5}$;
 - 8) $y = \frac{x - 2}{4 - x}$.
5. $\boxed{7}$
- 1) $y = \frac{x - 3}{x^3 - 5x^2 + 6x}$;
 - 2) $y = \frac{2x}{2x^3 + x^2 - x}$;
 - 3) $y = \sqrt{\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - x - 6}}$;
 - 4) $y = \sqrt{\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 3x + 2}}$;
 - 5) $y = \sqrt{(2x + 1)(3x - 1)(x - 3)}$;
 - 6) $y = \sqrt{(2x - 1)(4x + 3)(3x + 2)}$;
 - 7) $y = \sqrt[4]{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}$;
 - 8) $y = \sqrt[4]{x^3 - 7x - 6}$.

6. 5 Функция $y = f(x)$ задана графиком, изображённым:
 1) на рисунке 1; 2) на рисунке 2;
 3) на рисунке 3; 4) на рисунке 4.
 Найти: а) область определения функции; б) значения x , при которых функция принимает положительные значения.

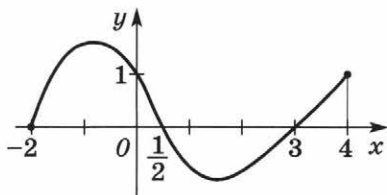


Рис. 1

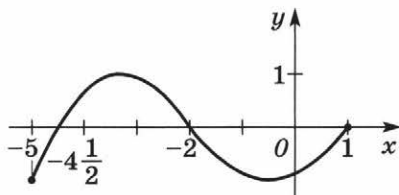


Рис. 2

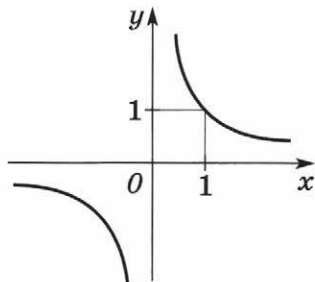


Рис. 3

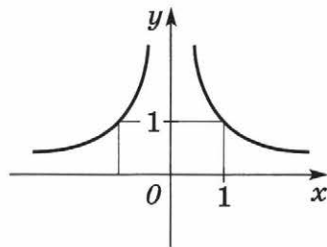


Рис. 4

7. 6 Функция $y = f(x)$ задана формулой:
 1) $f(x) = |x - 3| - 1$; 2) $f(x) = |3 - x| - 2$.
 Найти: а) $y(-3)$, $y(5)$, $y(-1)$; б) значения x , при которых $y(x) = 0$, $y(x) = 7$, $y(x) = 1$; в) значения x , при которых $y < 0$.

8. 7 Построить график функции:
 1) $y = |x - 1|$; 2) $y = |x + 3|$;
 3) $y = |x - 1| + 2$; 4) $y = |x + 3| - 1$;
 5) $y = 2|x|$; 6) $y = \frac{1}{2}|x|$;
 7) $y = -2|x| - 1$; 8) $y = -\frac{1}{2}|x| + 2$.

9. 8 Записать формулу, задающую функцию $y = f(x)$, если её график изображён:
 1) на рисунке 5; 2) на рисунке 6.

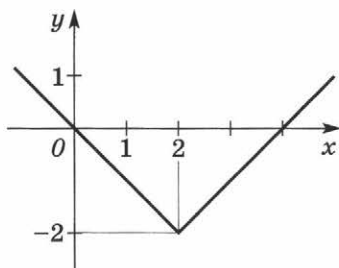


Рис. 5

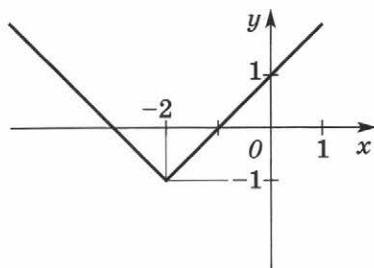


Рис. 6

10. 8 Изобразить эскиз графика какой-либо функции, определённой при:
 1) $-5 \leq x < 0$;
 2) $-4 < x \leq 7$;
 3) $4 < x < 10$ и $-1 \leq x < 0$;
 4) $0 \leq x < 3$ и $5 < x < 8$.

11. 8 Построить график функции:

$$1) y = \begin{cases} x^2 & \text{при } x < 1, \\ |x - 2| & \text{при } x \geq 1; \end{cases}$$

$$2) y = \begin{cases} -x^2 + 1 & \text{при } x \geq 1, \\ |x + 1| & \text{при } x < -1. \end{cases}$$

12. 9 Найти область определения функции и построить её график:

$$1) y = \begin{cases} |-x^2 + 4x - 3|, & \text{если } x \geq 1, \\ 1 - x^2, & \text{если } x < 1; \end{cases}$$

$$2) y = \begin{cases} x^2 - |2x| - 1, & \text{если } -2 \leq x \leq 3, \\ -x - 3, & \text{если } -4 < x < -2, \\ 1, & \text{если } -6 \leq x \leq -4. \end{cases}$$

§ 7. Возрастание и убывание функции

1. **3** Найти промежутки возрастания и убывания функции, график которой изображён:
 1) на рисунке 7; 2) на рисунке 8.

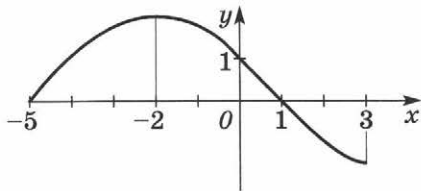


Рис. 7

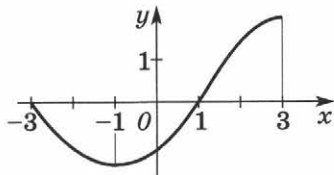


Рис. 8

2. **4** Построить график и записать промежутки возрастания и убывания функции:

1) $y = \frac{x-3}{2}$; 2) $y = \frac{x+5}{3}$;
 3) $y = -x^2 + 3$; 4) $y = x^2 - 2$;
 5) $y = (x-4)^2$; 6) $y = (3-x)^2$.

3. **4** Среди данных функций выбрать те, которые возрастают на отрезке $[0; 1]$:

1) $y = 2x + 3$, $y = 1 - 5x$, $y = \sqrt{x}$, $y = |x|$, $y = x^{\frac{3}{4}}$;
 2) $y = 2 - 3x$, $y = x + 5$, $y = x^{\frac{2}{3}}$, $y = |1 - x|$, $y = x^{\frac{4}{3}}$.

4. **5** 1) Установить соответствие между функциями $y = x^{\frac{2}{5}}$, $y = x^{\frac{3}{2}}$, $y = x^{\frac{3}{4}}$ и эскизами графиков, изображённых на рисунках 9, 10 и 11.

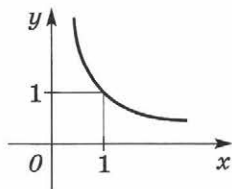


Рис. 9

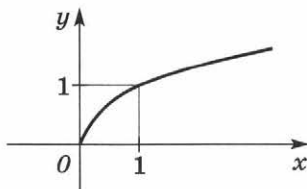


Рис. 10

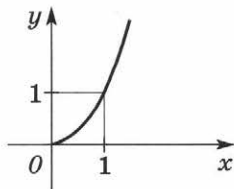


Рис. 11

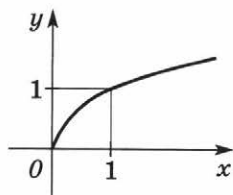


Рис. 12

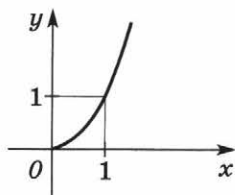


Рис. 13

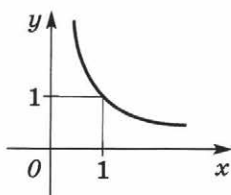


Рис. 14

2) Установить соответствие между функциями $y = x^{-\frac{4}{3}}$, $y = x^{\frac{5}{6}}$, $y = x^{\frac{5}{3}}$ и эскизами графиков, изображённых на рисунках 12, 13 и 14.

5. [4] Найти корни уравнения:

1) $x^{\frac{1}{3}} = 3$;

2) $x^{\frac{1}{5}} = 2$;

3) $x^{\frac{3}{4}} = 1$;

4) $x^{-\frac{3}{4}} = 1$.

6. [7] Доказать, что функция $y = f(x)$ возрастает на промежутке $(0; +\infty)$ и убывает на промежутке $(-\infty; 0)$, если:

1) $y = x^2$;

2) $y = x^4$.

7. [7] Построить график и указать промежутки возрастания и убывания функции:

1) $y = \begin{cases} x^2 + 4x & \text{при } x < 0, \\ \sqrt{x} & \text{при } x \geq 0; \end{cases}$

2) $y = \begin{cases} -4x - x^2 & \text{при } x < 0, \\ |x| & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$

8. [8] Доказать, что функция:

1) $y = x + \frac{1}{x}$ возрастает на промежутках $(-\infty; -1]$ и $[1; +\infty)$;

2) $y = x^3 + 1$ возрастает на всей числовой прямой;

3) $y = x^3 - 12x$ возрастает на промежутках $(-\infty; -2]$ и $[2; +\infty)$, убывает на отрезке $[-2; 2]$;

4) $y = x - 4\sqrt{x}$ убывает на отрезке $[0; 4]$, возрастает на промежутке $[4; +\infty)$;

5) $y = x - \frac{1}{x}$ возрастает на промежутках $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$;

6) $y = 4x^2 + \frac{1}{x}$ возрастает на промежутке $(\frac{1}{2}; +\infty)$ и убывает на промежутках $(-\infty; 0)$ и $(0; \frac{1}{2})$.

9. 9 Доказать, что функция:

1) $y = \sqrt{x-2}$ возрастает на всей области определения; построить график функции $y = \sqrt{x-2}$;

2) $y = \sqrt{3-x}$ убывает на всей области определения; построить график функции $y = \sqrt{3-x}$.

10. 6 Привести пример функции, заданной формулой и являющейся:

1) возрастающей на всей области определения;

2) убывающей на всей области определения;

3) возрастающей при $x < 0$;

4) убывающей при $x \geq 0$.

§ 8. Чётность и нечётность функции

Выяснить, является ли функция чётной или нечётной (1—4).

1. 2) 1) $y = x^6$;

2) $y = x^8$;

3) $y = x^5$;

4) $y = x^7$.

2. 2) 1) $y = x^4 - x^{-6}$;

2) $y = x^{-2} + x^8$;

3) $y = x^{-5} + x^3$;

4) $y = x^3 - x^{-7}$.

3. 3) 1) $y = x^8 + 2x^4$;

2) $y = 3x^2 - x^6$;

3) $y = x + 2x^5$;

4) $y = x^3 - 3x$.

4. 4) 1) $y = \frac{x}{x^2 + 1}$;

2) $y = \frac{5}{x^3 + x}$;

3) $y = \frac{x^4 - 1}{x^3}$;

4) $y = \frac{5x}{x^2 - 1}$.

5. 5 Показать, что функция не является ни чётной, ни нечётной:

1) $y = \frac{2x+7}{x-3}$;

2) $y = \frac{x-1}{3x+5}$;

3) $y = x^2 + 2x - 3$;

4) $y = x^2 - 5x - 6$.

6. 6 Среди данных функций выбрать ту, которая является чётной:

1) $y = \sqrt[3]{x} + x$, $y = |2x| - x^2$, $y = \frac{x}{1-\sqrt{x}}$;

2) $y = \frac{\sqrt{x}}{2+x^3}$, $y = 2x - \sqrt[3]{x}$, $y = x^4 + |3x|$.

7. 7 Построить график функции:

1) $y = x^2 - 3|x| - 4$;

2) $y = x^2 - 5|x| + 6$;

3) $y = 2x|x| + x$;

4) $y = 3x + x|x|$.

Построить график функции и с его помощью выяснить, на каком промежутке функция: а) возрастает; убывает; б) принимает положительные значения; отрицательные значения (8, 9).

8. 7 1) $y = \sqrt{x} - 2$;

2) $y = 2 + \sqrt[3]{x}$;

3) $y = \sqrt[3]{x-1}$;

4) $y = \sqrt{x+2}$;

5) $y = x^3 + 1$;

6) $y = (x+2)^3$.

9. 8 1) $y = \begin{cases} |x^2 - 4x + 3| & \text{при } x \geq 1, \\ 4x - 4 & \text{при } x < 1; \end{cases}$

2) $y = \begin{cases} -x^2 + |2x| - 3 & \text{при } x \leq 1, \\ \frac{2}{3}x - \frac{8}{3} & \text{при } x > 1. \end{cases}$

10. 8 Построить график функции $y = f(x)$ для $x > 0$, если:

1) $y = -2x$;

2) $y = -x^2$;

3) $y = x^2 + 2x$;

4) $y = x^2 - 2x$.

Достроить этот график при $x < 0$ так, чтобы построенная линия была графиком: а) чётной функции; б) нечётной функции. Записать формулу, задающую полученную функцию.

11. 8 Записать уравнение оси симметрии графика функции:

1) $y = x^2 - x$;

2) $y = x^2 + 2x$;

3) $y = (x + 1)^4$;

4) $y = x^4 - 2x^2$;

5) $y = x^4 + 2$;

6) $y = (x + 4)^6$.

12. 8 Найти координаты центра симметрии графика функции:

1) $y = \frac{1}{x-1}$;

2) $y = \frac{3}{x+1}$;

3) $y = x^3 + 2$;

4) $y = (x-1)^3$.

13. 10 Доказать, что:

1) сумма чётных (нечётных) функций является функцией чётной (нечётной);

2) произведение двух чётных или двух нечётных функций является функцией чётной;

3) произведение чётной и нечётной функции является нечётной функцией.

14. 10 Выяснить, является ли функция чётной или нечётной:

1) $y = x^2|x| + x^6$;

2) $y = 2x^3 - \sqrt[3]{x}$;

$$3) y = \begin{cases} x^2 + 3x - 4, & \text{если } -4 \leq x \leq -1, \\ -6, & \text{если } -1 \leq x \leq 1, \\ x^2 - 3x - 4, & \text{если } 1 \leq x \leq 4; \end{cases}$$

$$4) y = \begin{cases} -\frac{1}{4}x + 1\frac{1}{4}, & \text{если } 1 \leq x \leq 5, \\ \sqrt[3]{x}, & \text{если } -1 < x < 1, \\ -\frac{1}{4}x - 1\frac{1}{4}, & \text{если } -5 \leq x \leq -1. \end{cases}$$

§ 9. Функция $y = \frac{k}{x}$

1. **4** Построить график функции $y = \frac{1}{x}$ и прямую:

1) $y = 2x$;

2) $y = \frac{1}{2}x$.

Найти: а) абсциссы точек пересечения графиков;
б) значения x , при которых график функции $y = \frac{1}{x}$ расположен выше построенной прямой.

2. **3** В одной системе координат построить графики функций:

1) $y = \frac{5}{x}$ и $y = -\frac{5}{x}$;

2) $y = \frac{2}{x}$ и $y = -\frac{2}{x}$.

3. **4** Не выполняя построение, найти координаты точек пересечения графиков функций:

1) $y = \frac{6}{x}$ и $y = x + 1$;

2) $y = \frac{18}{x}$ и $y = x + 3$.

4. **5** Решить графически уравнение (записать значения корней с точностью до 0,1):

1) $\frac{3}{x} = x$;

2) $\frac{1}{x} = x + 1$;

3) $\frac{2}{x} = x + 1$;

4) $\frac{2}{x} = x - 1$.

Построить график функции (5, 6).

5. **7** 1) $y = \frac{2}{x-1}$;

2) $y = \frac{3}{x+1}$;

3) $y = 1 - \frac{1}{x}$;

4) $y = 2 - \frac{2}{x}$;

5) $y = \frac{3}{x+2} + 1$;

6) $y = \frac{2}{x-1} - 1$.

6. **8** 1) $y = \frac{2}{|x|} + 1$;

2) $y = 1 - \frac{3}{|x|}$.

7. **9** С помощью графиков определить, сколько решений имеет система уравнений:

$$1) \begin{cases} xy = 2, \\ x^2 + y = 0; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} xy = -4, \\ x^2 - y = 0; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} xy = -5, \\ 2\sqrt{x} + y = 0; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} xy = \frac{1}{2}, \\ 3\sqrt{x} - y = 0. \end{cases}$$

§ 10*. Неравенства и уравнения, содержащие степень

1. **2** Выяснить, при каком значении x верно равенство:

$$1) \sqrt{x} = 3;$$

$$2) \sqrt{x} = 7;$$

$$3) \sqrt{x} = \frac{2}{5};$$

$$4) \sqrt{x} = \frac{2}{3};$$

$$5) \sqrt{x} = 0;$$

$$6) \sqrt{x} = 1;$$

$$7) 3\sqrt{x} = 15;$$

$$8) 5\sqrt{x} = 35.$$

Выяснить, при каких значениях x верно неравенство (2, 3).

$$2. \text{ **3** } 1) x^3 > 8;$$

$$2) x^5 \leq 32;$$

$$3) 2x^3 \leq 54;$$

$$4) 3x^3 > 24.$$

$$3. \text{ **4** } 1) x^2 < 16;$$

$$2) x^2 > 25;$$

$$3) x^4 \geq 81;$$

$$4) x^6 \leq 64.$$

Решить уравнение (4—8).

$$4. \text{ **5** } 1) \sqrt{x-3} = 3;$$

$$2) \sqrt{2+x} = 7;$$

$$3) \sqrt{3+2x} = 4;$$

$$4) \sqrt{3x-7} = 5.$$

$$5. \text{ **5** } 1) \sqrt{2x-5} = \sqrt{x+1};$$

$$2) \sqrt{x+3} = \sqrt{2x-7};$$

$$3) \sqrt{15-x} = \sqrt{5+4x};$$

$$4) \sqrt{18+x} = \sqrt{6-5x}.$$

$$6. \text{ **7** } 1) \sqrt{14-5x} = x;$$

$$2) \sqrt{15x-56} = x;$$

$$3) \sqrt{2x^2-3x+5} = 2x;$$

$$4) \sqrt{x^2+x+10} = 2x.$$

7. $\boxed{7}$ 1) $\sqrt{x^2 - 7x + 5} = 2x + 1$; 2) $\sqrt{6x^2 + x + 7} = 1 - 3x$;
 3) $\sqrt{2x^2 + 5x - 3} = x + 1$; 4) $\sqrt{3x^2 - 4x + 2} = x + 4$.

8. $\boxed{7}$ 1) $\sqrt{x + 11} = 1 + \sqrt{x}$; 2) $\sqrt{x + 19} = 1 + \sqrt{x}$;
 3) $\sqrt{x} + \sqrt{x + 5} = 5$; 4) $\sqrt{x - 1} + \sqrt{x + 7} = 4$.

Решить неравенство (9—12).

9. $\boxed{8}$ 1) $(3x + 1)^4 > 625$; 2) $(3x^2 + 5x)^5 \leq 32$.

10. $\boxed{8}$ 1) $\sqrt[3]{x + 2} > -1$; 2) $\sqrt[5]{x - 5} < 2$;
 3) $\sqrt[3]{x + 3} < 1$; 4) $\sqrt[5]{x + 4} > -2$.

11. $\boxed{8}$ 1) $\sqrt{x - 3} < 2$; 2) $\sqrt{x + 5} > 4$;
 3) $\sqrt{2 - x} < -2$; 4) $\sqrt{2x - 7} \geq -1$;
 5) $\sqrt{x + 1} > 4$; 6) $\sqrt{2 - x} < 3$.

12. $\boxed{10}$ 1) $\sqrt{2 - x} \geq x$; 2) $\sqrt{2 - x} < x$;
 3) $\sqrt{5x + 11} > x + 3$; 4) $\sqrt{x + 3} \leq x + 1$.

13. $\boxed{6}$ С помощью графиков найти приближённое значение корня уравнения:

1) $\sqrt{x} = x^2 - 1$; 2) $\sqrt{x} = 2 - x^2$;
 3) $\sqrt[3]{x} = x - 2$; 4) $\sqrt[3]{x} = 3 - x$.

14. $\boxed{8}$ Найти значения x , при которых принимают одинаковые значения функции:

1) $y = \sqrt{5 + \sqrt{x}}$ и $y = \sqrt{21 - 3\sqrt{x}}$;
 2) $y = \sqrt{9 - 4\sqrt{x}}$ и $y = \sqrt{11 - 5\sqrt{x}}$;
 3) $y = \sqrt{13 + \sqrt{x}}$ и $y = \sqrt{22 - 2\sqrt{x}}$;
 4) $y = \sqrt{15 - \sqrt{x}}$ и $y = \sqrt{18 - 2\sqrt{x}}$.

Контрольная работа № 2

1. Найти область определения функции:

$$1) y = \frac{11}{x+2}; \quad 2) y = \sqrt{100-x^2}$$

$$[1) y = \frac{9}{x-5}; \quad 2) y = \sqrt{9x^2-1}] .$$

2. Построить график функции $y = -\frac{3}{x} [y = \sqrt{4x}]$ и найти:

1) $y(4) [y(9)]$;

2) значение x , при котором значение функции равно 15 [20];

3) промежуток, на котором функция принимает положительные значения;

4) промежуток, на котором функция возрастает.

3. Выяснить, чётной или нечётной является функция

$$y = 5x^2 + 4x^6 \quad [y = 6x^3 - x^5].$$

4. Решить уравнение

$$\sqrt{2-x} = 9 \quad [\sqrt{x-5} = 8].$$

5. Выяснить, возрастает или убывает функция $y = \frac{3}{x+2}$

$$\left[y = -\frac{2}{x-1} \right] \text{ на промежутке } [1; 3] \quad [[3; 4]].$$

6. С помощью графиков решить уравнение

$$-\sqrt{x-1} = -x^2 + 3 \quad [-x^2 + 6 = \sqrt{x+2}].$$

Прогрессии

§ 11. Числовая последовательность

1. **2** 1) Дана последовательность всех натуральных чётных чисел, записанных в порядке возрастания. Назвать третий, пятый и десятый члены последовательности.
 2) Дана последовательность всех натуральных нечётных чисел, записанных в порядке возрастания. Назвать четвёртый, седьмой и одиннадцатый члены последовательности.
2. **3** Вычислить первые три члена последовательности, которая задана формулой n -го члена:
 1) $a_n = 5n - 7$; 2) $a_n = 3n + 5$;
 3) $a_n = n(n + 3)$; 4) $a_n = n(n - 2)$;
 5) $a_n = 3^{n+1}$; 6) $a_n = 5 \cdot 2^n$.
3. **3** Последовательность задана формулой n -го члена. Вычислить первые пять членов последовательности:
 1) $a_n = 2n^2 - 1$; 2) $a_n = n^3 - n^2$;
 3) $a_n = \frac{n}{7}$; 4) $a_n = \frac{n-1}{3}$.
4. **5** Среди формул $a_n = 1\frac{1}{8} - n$, $a_n = \frac{1}{2^{n-1}}$, $a_n = \left(\frac{1}{8}\right)^{n-1}$, $a_n = \frac{1}{2^n}$, $a_n = 1\frac{1}{2} - n$, $a_n = \left(\frac{1}{n}\right)^3$ найти ту, которая является формулой общего члена последовательности, заданной первыми тремя членами:
 1) $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \dots$; 2) $1; \frac{1}{8}; \frac{1}{27}$.
5. **5** Последовательность задана формулой n -го члена. Выяснить, является ли число a членом этой последовательности, если:
 1) $a_n = 3n + 5$, $a = 27$; 2) $a_n = 2 - 5n$, $a = 43$;

- 3) $a_n = n^2 + n - 1$, $a = 109$;
- 4) $a_n = 1 - 2n - n^2$, $a = -79$.

6. [5] Последовательность задана формулой n -го члена. Найти номер члена этой последовательности, равного числу x , если:

- 1) $x_n = n^2 + 2$, $x = 443$;
- 2) $x_n = n^3 - 1$, $x = 215$;
- 3) $x_n = (n - 1)(n + 3)$, $x = 165$;
- 4) $x_n = (n - 4)(n + 2)$, $x = 91$;
- 5) $x_n = \left(\frac{2}{3}\right)^{n-2}$, $x = \frac{32}{243}$;
- 6) $x_n = \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}$, $x = \frac{1}{256}$.

7. [6] Вычислить первые пять членов последовательности, если последовательность задана:

- 1) рекуррентной формулой $a_{n+1} = (2n - 1)a_n$ и условием $a_1 = 2$;
- 2) рекуррентной формулой $a_{n+2} = \frac{1}{2}(a_n + a_{n+1})$ и условиями $a_1 = -1$, $a_2 = 3$.

8. [7] Найти все члены последовательности, заданной формулой n -го члена, для которых выполняется неравенство $a_n \leq c$, если:

- 1) $a_n = n^2 - 3n$, $c = 4$;
- 2) $a_n = n^2 - 5n$, $c = 6$.

9. [7] Последовательность задана рекуррентной формулой $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$ при $n > 2$ и условиями $a_1 = 1$, $a_2 = 1$. Вычислить:

- 1) a_{10} ;
- 2) a_{12} .

10. [9] Дана последовательность 2, 2, 4, 6, 10, 16, 26, 42, 68, Задать эту последовательность с помощью формулы и дополнительных условий.

§ 12. Арифметическая прогрессия

1. 3 Записать первые пять членов арифметической прогрессии, если:

 - 1) $a_1 = 2, d = \frac{1}{2}$;
 - 2) $a_1 = 4, d = -3$.
2. 3 Найти разность арифметической прогрессии, если:

 - 1) $a_7 = 2\frac{1}{2}, a_8 = 7\frac{2}{3}$;
 - 2) $a_{10} = -8, a_{11} = -12$.
3. 4 Доказать, что последовательность a_n , заданная формулой n -го члена, является арифметической прогрессией:

 - 1) $a_n = \frac{1}{2}n - 5$;
 - 2) $a_n = 0,3n + 1$;
 - 3) $a_n = 1 - 0,5n$;
 - 4) $a_n = \frac{4}{3} - \frac{2}{3}n$.
4. 4 В арифметической прогрессии найти:

 - 1) a_{12} , если $a_1 = 2, d = 3$;
 - 2) a_{15} , если $a_1 = -3, d = 2$;
 - 3) a_{17} , если $a_1 = -4, d = \frac{1}{2}$;
 - 4) a_{19} , если $a_1 = 5, d = \frac{1}{3}$.
5. 5 Записать формулу n -го члена арифметической прогрессии:

 - 1) $5; 5\frac{1}{2}; 6; 6\frac{1}{2}; \dots$;
 - 2) $2; 1\frac{2}{3}; 1\frac{1}{3}; 1; \dots$;
 - 3) $3\sqrt{2}; 5\sqrt{2}; 7\sqrt{2}; \dots$;
 - 4) $\sqrt{3} + 2; \sqrt{3} + 1; \sqrt{3}; \dots$.
6. 6 Найти разность и первый член арифметической прогрессии $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ и выяснить, является ли число k членом этой прогрессии, если:

 - 1) $a_5 = 5, a_{11} = 29, k = 149$;
 - 2) $a_7 = 8, a_{13} = 26, k = 77$.
7. 6 Выяснить, является ли число k членом арифметической прогрессии $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$, если:

 - 1) $a_9 = 7, a_{25} = 47, k = -5,5$;
 - 2) $a_5 = 28, a_{27} = 61, k = 52$.

8. 7 Найти число отрицательных членов арифметической прогрессии:
- 1) $-\frac{1}{3}; -\frac{1}{4}; \dots$; 2) $-\frac{1}{4}; -\frac{1}{5}; \dots$.
9. 7 Найти число положительных членов арифметической прогрессии:
- 1) $\frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \dots$; 2) $\frac{1}{4}; \frac{1}{6}; \dots$.
10. 7 Найти номер n -го члена арифметической прогрессии, если:
- 1) $a_n = 60, a_2 = 11, a_4 = 25$;
 2) $a_n = -50, a_5 = 20, a_8 = -1$.
11. 7 Записать формулу n -го члена арифметической прогрессии, если:
- 1) $a_3 = 28, a_6 = 43$; 2) $a_4 = -17, a_7 = -38$.
12. 8 Установить, при каком значении x заданные числа являются последовательными членами арифметической прогрессии:
- 1) $2x; \frac{2x+1}{3}; 4x-2$; 2) $2x^2; 7; 3x$.
13. 9 Найти первый член и разность арифметической прогрессии, если:
- 1) $a_1 + a_2 + a_3 = 15, a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = 80$;
 2) $a_1 + a_2 + a_3 = 0, a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 50$.
14. 8 Свободно падающее тело проходит в первую секунду 4,9 м, а в каждую следующую секунду на 9,8 м больше, чем в предыдущую. Найти расстояние, которое будет пройдено свободно падающим телом:
- 1) за четвертую секунду;
 2) за четвертую и пятую секунды вместе.
15. 9 Дана арифметическая прогрессия. Найти:
- 1) $a_3 + a_7 + a_{11}$, если $a_5 + a_9 = 40$;
 2) $a_2 + a_5 + a_8$, если $a_4 + a_6 = 38$.

§ 13. Сумма n первых членов арифметической прогрессии

1. **3** Найти сумму n первых членов арифметической прогрессии, если:
- 1) $a_1 = 3, a_n = 47, n = 10$;
 - 2) $a_1 = 4, a_n = 63, n = 16$;
 - 3) $a_1 = -0,2, a_n = -5,6, n = 6$;
 - 4) $a_1 = -1,3, a_n = -13,7, n = 8$.
2. **4** Найти сумму:
- 1) всех натуральных чисел от 7 до 65 включительно;
 - 2) всех натуральных чисел от 11 до 99 включительно;
 - 3) всех чётных чисел от 2 до 200 включительно;
 - 4) всех нечётных чисел от 9 до 165 включительно.
3. **4** Найти сумму первых 15 членов арифметической прогрессии, если:
- 1) $a_1 = -1, a_2 = 1$;
 - 2) $a_1 = 3, a_2 = -3$;
 - 3) $a_1 = -7, a_2 = -2$;
 - 4) $a_1 = -3, a_2 = -8$.
4. **5** Найти сумму n первых членов арифметической прогрессии:
- 1) 25; 30; 35; ..., если $n = 11$;
 - 2) -3; 4; 11; ..., если $n = 13$;
 - 3) $-\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}; 0; \dots$, если $n = 10$;
 - 4) -0,7; -0,4; -0,1; ..., если $n = 1$.
5. **6** Найти сумму, если её слагаемые — последовательные члены арифметической прогрессии:
- 1) $3 + 6 + 9 + \dots + 273$;
 - 2) $36 + 34 + 32 + \dots + (-4)$.
6. **6** Арифметическая прогрессия задана формулой n -го члена. Найти S_{30} , если:
- 1) $a_n = 2n + 7$;
 - 2) $a_n = 5 + 3n$;
 - 3) $a_n = -3 + 8n$;
 - 4) $a_n = -4 + 10n$.
7. **6** Найти сумму первых шестнадцати членов арифметической прогрессии, если:
- 1) $a_1 = 10, a_3 = 64$;
 - 2) $a_1 = 22, a_3 = 12$.

8. 6 Найти n -й член и разность арифметической прогрессии, у которой:
- 1) $a_1 = 7, n = 6, S_6 = 66$;
 - 2) $a_1 = 12, n = 11, S_{11} = 214,5$;
 - 3) $a_1 = \frac{1}{3}, n = 18, S_{18} = 465$;
 - 4) $a_1 = -0,3, n = 10, S_{10} = -12$.
9. 7 В цирке в одном из секторов для зрителей так установлены кресла, что каждый последующий ряд содержит на одно место больше, чем предыдущий. Сколько мест в секторе, если:
- 1) в первом ряду 8 кресел, а рядов 22;
 - 2) в первом ряду 10 кресел, а рядов 21?
10. 7 Найти первый член и разность арифметической прогрессии, если:
- 1) $a_1 + a_5 = 7, a_{15} = 32$;
 - 2) $a_3 + a_5 = 18, a_2 + a_4 = 14$;
 - 3) $a_6 = 17, S_6 = -57$;
 - 4) $a_{10} = -0,6, S_{10} = -15$.
11. 7 Найти сумму n первых членов арифметической прогрессии, если:
- 1) $a_3 + a_{11} = 15, n = 13$;
 - 2) $a_4 + a_7 = 23, n = 10$.
12. 7 Между заданными числами:
- 1) -12 и -24 ;
 - 2) $0,7$ и $2,3$
- записать три числа так, чтобы образовалась арифметическая прогрессия из пяти членов, и найти сумму её членов.
13. 7 Дана арифметическая прогрессия. Найти a_1 и S_{30} , если:
- 1) $a_{14} : a_4 = 4, d = 1,5$;
 - 2) $(a_1 + a_2) : a_3 = \frac{1}{3}, d = 2,5$.
14. 8 Дана арифметическая прогрессия:
- 1) $-5,3; -4,5; \dots$;
 - 2) $-3,5; -2,9; \dots$.
- Найти сумму всех отрицательных членов этой прогрессии.

15. 8 Дана арифметическая прогрессия:
 1) 10,1; 8,6; ...; 2) 5,3; 4,4;
 Найти сумму всех положительных членов этой прогрессии.
16. 8 Пусть a_n и S_n — n -й член и сумма n первых членов арифметической прогрессии. Доказать, что:
 1) $a_1 + a_{10} = a_4 + a_7$;
 2) $a_2 + a_{13} = a_4 + a_{11}$;
 3) $S_{15} = 3(S_{10} - S_5)$;
 4) $S_{12} = 0$, если $S_7 = S_5$.
17. 8 Дана арифметическая прогрессия. Найти:
 1) S_{28} , если $S_8 = 32$, $S_{20} = 200$;
 2) S_{35} , если $S_{15} = 20$, $S_{20} = 15$.
18. 8 1) Сколько нужно взять последовательных нечётных чисел, начиная с числа 3, чтобы их сумма была равна 255?
 2) Сколько нужно взять последовательных чётных чисел, начиная с числа 4, чтобы их сумма была равна 180?
19. 8 Задачи Пифагора:
 1) Найти сумму n первых нечётных чисел.
 2) Найти сумму n первых чётных чисел.
20. 10 С помощью метода математической индукции доказать, что для любого натурального значения n верно равенство:
 1) $1 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 7 + \dots + n(2n + 1) = \frac{n}{6}(n + 1)(4n + 5)$;
 2) $\frac{1}{5 \cdot 12} + \frac{1}{12 \cdot 19} + \frac{1}{19 \cdot 26} + \dots$
 $\dots + \frac{1}{(7n - 2) \cdot (7n + 5)} = \frac{n}{5(7n + 5)}$.
21. 10 С помощью метода математической индукции доказать следующее свойство чисел Фибоначчи:
 $a_1 + a_2 + \dots + a_n = a_{n+2} - 1, n > 1$.

§ 14. Геометрическая прогрессия

1. 3 Записать первые четыре члена геометрической прогрессии, если:

1) $b_1 = 7, q = 2;$

2) $b_1 = 8, q = \frac{1}{2};$

3) $b_1 = 0,6, q = \frac{1}{3};$

4) $b_1 = 12, q = 3.$

2. 3 Доказать, что последовательность, заданная формулой n -го члена, является геометрической прогрессией, если:

1) $b_n = 2 \cdot 5^n;$

2) $b_n = \left(\frac{1}{8}\right)^{n-1};$

3) $b_n = \left(\frac{2}{7}\right)^{n+2};$

4) $b_n = 3 \cdot 2^n.$

3. 3 Найти n -й член геометрической прогрессии, если:

1) $b_1 = 2, q = 15, n = 3;$

2) $b_1 = -3, q = \frac{1}{2}, n = 5;$

3) $b_1 = -\frac{1}{2}, q = 3, n = 4;$

4) $b_1 = \frac{1}{5}, q = -2, n = 6.$

4. 4 Записать формулу n -го члена геометрической прогрессии:

1) 8; 16; 32; ...;

2) 18; 9; 4,5; ...;

3) $\frac{1}{4}; -\frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots;$

4) $\frac{1}{5}; -\frac{1}{25}; \frac{1}{125}; \dots;$

5) $\sqrt{3}; 3; 3\sqrt{3}; \dots;$

6) 5; $5\sqrt{2}$; 10;

5. 5 Найти номер подчёркнутого члена геометрической прогрессии:

1) 3; $\frac{3}{2}$; $\frac{3}{4}$; ...; $\frac{3}{\underline{\underline{64}}}$; ...;

2) 2; $\frac{2}{3}$; $\frac{2}{9}$; ...; $\frac{2}{\underline{\underline{243}}}$; ...;

3) -640; 320; -160; ...; $\underline{\underline{-10}}$; ...;

4) 720; -240; 80; ...; $\frac{80}{\underline{\underline{81}}}$;

6. 5 Найти знаменатель геометрической прогрессии, если:
- 1) $b_1 = -2, b_5 = -162$; 2) $b_1 = 128, b_7 = 2$;
 3) $b_1 = -3, b_4 = 81$; 4) $b_1 = -250, b_4 = 2$.
7. 6 Найти знаменатель и первый член геометрической прогрессии, если:
- 1) $b_2 = 12, b_5 = 324$; 2) $b_4 = 24, b_7 = 192$;
 3) $b_2 = 128, b_7 = 4$; 4) $b_3 = -27, b_6 = -1$.
8. 6 Найти пятый член и знаменатель геометрической прогрессии, если:
- 1) $b_4 = \frac{1}{12}, b_6 = \frac{1}{48}$; 2) $b_4 = 2\frac{2}{5}, b_6 = \frac{12}{125}$.
9. 5 Найти неизвестное число x , если данные три числа являются последовательными членами геометрической прогрессии:
- 1) $\frac{1}{2}; x; 32$; 2) $\frac{1}{3}; x; \frac{1}{48}$;
 3) $7; x; 28$; 4) $6; x; 54$.
10. 7 1) Найти первый член и знаменатель геометрической прогрессии, если:
- 1) $b_1 + b_2 + b_3 = 10,5$ и $b_1 - b_4 = 31,5$;
 2) $b_1 + b_4 = 112$ и $b_2 + b_3 = 48$.
11. 7 1) Вкладчик поместил в банк на 2 года вклад 120 000 р. под ежегодные 4%. Ровно через 2 года он снял все деньги. Какую сумму получил вкладчик?
 2) Банк заключает договор на 3 года под ежегодные 3%. Какую сумму получит вкладчик ровно через 3 года, если внесёт на этот вклад 50 000 р.?
12. 8 1) Доказать, что если $x > 0$, то числа $\frac{x}{\sqrt{2}-1}, x, \frac{x}{\sqrt{2}+1}$ являются тремя последовательными членами геометрической прогрессии.
 2) Доказать, что если $x > 0$, то числа $\frac{x}{\sqrt{2}+1}, x\sqrt{x}, x^2\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ являются тремя последовательными членами геометрической прогрессии.

13. 9 1) Сумма трёх чисел, составляющих арифметическую прогрессию, каждый член которой меньше предыдущего, равна 30. Если от первого числа отнять 5, от второго отнять 4, а третье оставить без изменения, то полученные числа составят геометрическую прогрессию. Найти исходные числа.
- 2) Сумма трёх чисел, составляющих арифметическую прогрессию, каждый член которой меньше предыдущего, равна 24. Если к первому числу прибавить 10, от второго отнять 3, а третье оставить без изменения, то полученные числа составят геометрическую прогрессию. Найти исходные числа.
14. 9 1) Доказать, что длины радиусов окружностей, вписанных в острый угол и касающихся друг друга, образуют геометрическую прогрессию.
- 2) Доказать, что длины сторон вписанных друг в друга правильных треугольников образуют геометрическую прогрессию.

§ 15. Сумма n первых членов геометрической прогрессии

1. 3 Найти сумму n первых членов геометрической прогрессии, если:
- 1) $b_1 = 10, q = -\frac{1}{5}, n = 4$;
 - 2) $b_1 = 5, q = -1, n = 9$;
 - 3) $b_1 = \frac{1}{2}, q = 2, n = 6$;
 - 4) $b_1 = 2, q = 2, n = 5$;
 - 5) $b_1 = 16, q = 3, n = 4$;
 - 6) $b_1 = \frac{1}{8}, q = 5, n = 4$.
2. 3 Найти сумму n первых членов геометрической прогрессии:
- 1) $\frac{3}{5}; 3; 15; \dots; n = 4$;
 - 2) $-\frac{2}{3}; 2; -6; \dots; n = 4$.

3. 4 Найти сумму чисел, если её слагаемые являются последовательными членами геометрической прогрессии:
 1) $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{512}$; 2) $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{729}$.
4. 5 Найти четвёртый член и сумму первых пяти членов геометрической прогрессии, если:
 1) $b_2 = 6, b_5 = 162$; 2) $b_3 = 12, b_6 = -96$;
 3) $b_2 = 32, b_7 = 1$; 4) $b_2 = -9, b_7 = \frac{1}{27}$.
5. 6 Дана геометрическая прогрессия. Найти шестой член этой прогрессии, если:
 1) $q = 3, S_3 = 65$; 2) $q = 3, S_3 = 26$.
6. 6 Найти девятый член геометрической прогрессии, если:
 1) $q = 0,5, S_3 = 21$; 2) $q = 0,2, S_3 = 12,4$.
7. 7 Найти сумму первых пяти членов геометрической прогрессии, если:
 1) $S_3 = 52, q = \frac{1}{3}$; 2) $S_3 = 148, q = \frac{3}{4}$;
 3) $b_1 + b_2 = 14, q = 6$; 4) $b_1 - b_3 = 12, q = -\frac{1}{2}$.
8. 7 В геометрической прогрессии найти знаменатель и число членов n , если:
 1) $b_1 = 5, b_n = 320, S_n = 635$;
 2) $b_1 = -6, b_n = -486, S_n = -726$.
9. 8 1) Найти четыре числа, первые три из которых составляют арифметическую прогрессию, а последние три — геометрическую, если сумма первого и четвёртого чисел равна 11, а сумма второго и третьего чисел равна 10.
 2) Три числа, сумма которых равна 78, образуют геометрическую прогрессию и являются также первым, третьим и девятым членами некоторой арифметической прогрессии. Найти эти числа.
10. 10 Доказать с помощью метода математической индукции:
 1) $2^n > n^2$ при $n \geq 5$;
 2) $2^n > n^3$ при $n \geq 10$;
 3) $3^n \geq 2^n - n$ при $n \in \mathbb{N}$;
 4) $4^n - 3^n \geq n^2$ при $n \in \mathbb{N}$.

Контрольная работа № 3

1. Вычислить первые три члена последовательности, если последовательность задана формулой n -го члена:

$$c_n = 3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^n \quad \left[c_n = 2 - \left(\frac{1}{3}\right)^n \right].$$

2. В арифметической прогрессии

$$a_1 = 75 \quad [a_1 = -40], \quad d = -3 \quad \left[d = \frac{4}{5} \right].$$

Найти шестой член прогрессии и сумму первых шести членов этой прогрессии.

3. В геометрической прогрессии

$$b_1 = 22 \quad \left[b_1 = \frac{2}{3} \right], \quad q = \frac{1}{2} \quad [q = 3].$$

Найти четвёртый член прогрессии и сумму первых пяти её членов.

-
4. Найти шестой член и разность арифметической прогрессии, если сумма её пятого и седьмого членов равна 18 [54], а второй член равен -3 [39].

5. В геометрической прогрессии произведение третьего и пятого её членов равно $7\frac{1}{9}$. Найти знаменатель прогрессии и сумму первых семи её членов, если $b_3 \cdot b_7 = 28\frac{4}{9}$.

[В геометрической прогрессии $b_3 + b_5 = 450$, а $b_4 + b_6 = 1350$. Найти сумму первых шести членов этой прогрессии.]

Случайные события

§ 16. События

1. 4 Определить, случайным, достоверным или невозможным является событие, наступившее в результате проведённого испытания (см. табл.).

№ п/п	Испытание	Событие
1	Брошен игральный кубик	Выпало 6 очков
2	Брошен игральный кубик	Выпало 1 очко
3	Брошен игральный кубик	Выпало число очков, кратное 7
4	Брошен игральный кубик	Выпало число очков, меньшее 7
5	Брошено два игральных кубика	Сумма выпавших очков равна 3
6	Брошено два игральных кубика	Сумма выпавших очков равна 15
7	Брошено два игральных кубика	Произведение выпавших очков равно 7
8	Брошено два игральных кубика	Произведение выпавших очков равно 8
9	Нагревается стальной стержень	Длина стержня увеличивается
10	Охлаждается стальной стержень	Длина стержня уменьшается

№ п/п	Испытание	Событие
11	Произведены три выстрела по мишени	Мишень поражена одним или тремя выстрелами
12	Произведены три выстрела по мишени	Мишень не поражена ни одним из выстрелов
13	Случайным образом открывается страница перекидного календаря на февраль месяц	Появилось 30-е число
14	Случайным образом открывается страница перекидного календаря на ноябрь месяц	Появилось 31-е число
15	Из колоды в 36 карт случайным образом извлечена одна карта	Извлечена карта бубновой масти
16	Из колоды в 36 карт случайным образом извлечена одна карта	Извлечена карта дама трэф
17	Девятиклассник вышел на улицу	Он встретил одноклассника
18	Девятиклассник вышел на улицу	Он встретил инопланетянина
19	Новый электроприбор включён в сеть	Электроприбор не работает
20	Новый электроприбор включён в сеть	Электроприбор проработал 1 ч

2. 4 Установить, являются ли совместными события A и B , наступающие в указанном испытании (см. табл.).

№ п/п	Испытание	События A и B
1	Брошена игральная кость и определено число очков, появившееся на верхней её грани	A : появилось число 5; B : появилось число больше 4
2	Брошена игральная кость и определено число очков, появившееся на верхней её грани	A : появилось число не больше 3; B : появилось число 3
3	Из колоды карт (36 листов) извлечена одна карта	A : извлечена карта пиковой масти; B : извлечена карта валет
4	Из колоды карт (36 листов) извлечена одна карта	A : извлечена карта трефовая дама; B : извлечена карта красной масти
5	Наблюдаются погодные явления в Туле 1 января	A : идёт снег; B : температура воздуха -10°C
6	Наблюдаются погодные явления в Туле 1 января	A : идёт дождь; B : температура воздуха -30°C

3. 5 Установить, являются ли равновероятными события A и B , которые могут произойти в результате указанного испытания (см. табл.).

№ п/п	Испытание	События A и B
1	Из полного набора домино выкинута одна костяшка	A : на костяшке числа 2 и 3; B : на костяшке числа 1 и 5
2	Из полного набора домино выкинута одна костяшка	A : на костяшке числа 6 и 6; B : на костяшке числа 4 и 5
3	Бросают игральный кубик	A : выпало чётное число очков; B : выпало нечётное число очков
4	Бросают игральный кубик	A : выпало нечётное число очков; B : выпало число очков, кратное 3
5	Из полной колоды карт (36 листов) извлечена одна карта	A : извлечён туз треф; B : извлечён валет пик
6	Из полной колоды карт (36 листов) извлечена одна карта	A : извлечена карта красной масти; B : извлечена карта чёрной масти
7	Из полной колоды карт (36 листов) извлечена одна карта	A : извлечён валет; B : извлечена шестёрка
8	Из полной колоды карт (36 листов) извлечена одна карта	A : извлечена дама красной масти; B : извлечён король треф



§ 17. Вероятность события

1. **3** Из полного набора домино извлекают одну костяшку. Найти вероятность того, что эта костяшка:
 - 1) с числами 6 и 5;
 - 2) с числами 0 и 1;
 - 3) с одинаковыми числами;
 - 4) с разными числами.

2. **4** Раскручивается стрелка рулетки, поле которой разделено на десять равных секторов, пронумерованных числами от 1 до 10. Найти вероятность того, что стрелка остановилась:
 - 1) на 5-м секторе;
 - 2) на 9-м секторе;
 - 3) либо на 1-м, либо на 2-м секторе;
 - 4) либо на 3-м, либо на 7-м секторе;
 - 5) на секторе, номер которого кратен числу 3;
 - 6) на секторе, номер которого кратен числу 4;
 - 7) на секторе, номер которого меньше 4;
 - 8) на секторе, номер которого меньше 7.

3. **4** В ящике находятся 3 белых и 4 чёрных шара. Наугад вынимают один шар. Найти вероятность того, что этот шар:
 - 1) белый;
 - 2) чёрный;
 - 3) белый или чёрный;
 - 4) красный.

4. **5** В ящике находятся 1 белый, 2 чёрных и 5 красных шаров. Наугад вынимают один шар. Найти вероятность того, что этот шар:
 - 1) чёрный;
 - 2) красный;
 - 3) не белый;
 - 4) не чёрный.

5. **5** В ящике находятся 2 белых, 3 чёрных, 4 красных и 6 зелёных шаров. Наугад вынимают один шар. Найти вероятность того, что этот шар:
 - 1) белый или чёрный;
 - 2) чёрный или красный;
 - 3) не белый;
 - 4) не зелёный.

6. **5** В лотерее 10 000 билетов, среди которых 50 выигрышных. Приобретают один билет. Какова вероятность того, что этот билет:
 - 1) невыигрышный;
 - 2) выигрышный?

7. **5** Из букв, образующих слово «ученик», случайным образом выбирают одну букву. Какова вероятность того, что эта буква:
1) гласная; 2) согласная?
8. **5** Из букв, образующих слово «вероятность», случайным образом выбирают одну букву. Какова вероятность того, что эта буква:
1) т; 2) р; 3) е; 4) о?
9. **6** На двадцати карточках написаны натуральные числа от 1 до 20 (по одному на каждой карточке). Случайным образом выбирают одну из этих карточек. Найти вероятность того, что на карточке написано:
1) чётное число; 2) нечётное число;
3) простое число; 4) составное число;
5) число, кратное 6; 6) число, кратное 4.
10. **6** Наугад открывают страницу отрывного календаря на январь месяц и читают напечатанное на ней число. Какова вероятность того, что это:
1) нечётное число; 2) чётное число;
3) составное число; 4) простое число;
5) число, кратное 4; 6) число, кратное 6?
11. **1** Из колоды карт (36 листов) наугад вынимают одну карту. Найти вероятность того, что эта карта:
1) валет пик; 2) туз бубей; 3) десятка; 4) король;
5) дама красной масти; 6) валет; 7) шестёрка;
8) дама чёрной масти; 9) карта чёрной масти с числом; 10) карта бубновой масти с картинкой.
12. **8** Все грани деревянного кубика $4 \times 4 \times 4$ окрасили, а затем его распилили на кубики $1 \times 1 \times 1$ (рис. 15). Кубики перемешали, выбрали наугад один из них и подсчитали число окрашенных граней. Найти вероятность события:
1) A — окрашены ровно 2 грани;
2) B — окрашены ровно 3 грани;
3) C — окрашенных граней нет;
4) D — окрашена только одна грань.

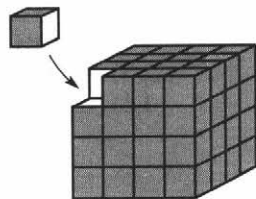


Рис. 15

§ 18. Решение вероятностных задач с помощью комбинаторики

1. **4** Бросают две монеты — белую и жёлтую. Найти вероятность того, что:
- 1) на белой монете появилась решка, а на жёлтой — орёл;
 - 2) на обеих монетах появилась решка.
2. **4** Саша (С), Варя (В) и Гена (Г) случайным образом заняли очередь в школьный буфет. Найти вероятность того, что образовалась очередь в следующем порядке:
- 1) СВГ;
 - 2) ВГС;
 - 3) ГСВ или ГВС;
 - 4) СВГ или ВСГ.
3. **5** Бросают два игральных тетраэдра — белый и зелёный, грани которых пронумерованы числами от 1 до 4. Найти вероятность того, что появятся:
- 1) на белом тетраэдре 3 очка, на зелёном — 4 очка;
 - 2) на белом тетраэдре 1 очко, на зелёном — 2 очка;
 - 3) на белом тетраэдре чётное число очков, на зелёном — 2 очка;
 - 4) на белом тетраэдре нечётное число очков, на зелёном — 3 очка;
 - 5) на белом тетраэдре 2 или 4 очка;
 - 6) на зелёном тетраэдре 1 или 3 очка;
 - 7) очки, сумма которых равна 2;
 - 8) очки, сумма которых равна 8;
 - 9) очки, сумма которых равна 7;
 - 10) очки, сумма которых равна 3;
 - 11) очки, произведение которых равно 12;
 - 12) очки, произведение которых равно 2;
 - 13) очки, произведение которых равно 4;
 - 14) очки, произведение которых равно 6.
4. **6** Бросают две игральные кости — белую и красную. Найти вероятность того, что появятся:

- 1) на белой кости 3 очка, на красной — чётное число очков;
- 2) на белой кости чётное число очков, на красной — нечётное;
- 3) на белой кости 5 очков;
- 4) на красной кости 2 или 3 очка;
- 5) на красной кости число очков, кратное 3;
- 6) на белой кости 6 очков;
- 7) очки, сумма которых равна 4;
- 8) очки, сумма которых равна 13;
- 9) очки, сумма которых не меньше 11;
- 10) очки, сумма которых не больше 4;
- 11) очки, произведение которых равно 7;
- 12) очки, произведение которых равно 5;
- 13) очки, произведение которых равно 4;
- 14) очки, произведение которых равно 6.

5. 6 Монету бросают дважды. Найти вероятность того, что:

- 1) оба раза выпал орёл;
- 2) первый раз выпал орёл, а второй раз — решка;
- 3) ни разу не выпал орёл;
- 4) ни разу не выпала решка;
- 5) первый раз выпала решка;
- 6) второй раз выпал орёл;
- 7) орёл выпал ровно один раз;
- 8) решка выпала ровно один раз.

6. 7 Монету бросают трижды. Найти вероятность того, что:

- 1) три раза выпал орёл;
- 2) три раза выпала решка;
- 3) первый раз выпала решка, затем дважды — орёл;
- 4) первый и второй раз выпала решка, третий раз — орёл;
- 5) дважды выпала решка и один раз — орёл;
- 6) один раз выпала решка и дважды — орёл.

7. 7 В ящике находятся 4 одинаковых по размеру шара: белый (б), жёлтый (ж), зелёный (з), красный (к). По очереди из ящика извлекают по одному шару и не возвращают их обратно. Найти вероятность того, что шары были извлечены в последовательности:
- 1) жбзк; 2) зжкб; 3) бжзк или кзжб; 4) зкбж или кжбз.
8. 7 В ящике находятся 3 одинаковых по размеру шара: два белых и один красный. Не глядя, по очереди из ящика вынимают по одному шару и не возвращают их обратно. Найти вероятность того, что:
- 1) сначала извлечены два белых, затем красный шар;
 - 2) сначала извлечён красный шар, затем два белых.
9. 7 В ящике находятся 1 белый и 3 чёрных шара. Не глядя, извлекают из ящика два шара. Найти вероятность того, что это:
- 1) два чёрных шара;
 - 2) чёрный и белый шары.
10. 7 В коробке лежат 2 белых и 2 чёрных шара. Наугад вынимают два шара. Найти вероятность того, что вынуты:
- 1) 2 белых шара;
 - 2) 2 чёрных шара;
 - 3) белый и чёрный шары;
 - 4) шары разных цветов.
11. 7 В коробке лежат 3 белых и 2 чёрных шара. Наугад вынимают два шара. Найти вероятность события:
- 1) A — вынуты шары разных цветов;
 - 2) B — вынуты белый и чёрный шары;
 - 3) C — вынуты 2 белых шара;
 - 4) D — вынуты 2 чёрных шара.
12. 8 В коробке лежат 2 белых и 4 чёрных шара. Наугад вынимают два шара. Найти вероятность того, что вынуты:
- 1) два белых шара;
 - 2) два чёрных шара;
 - 3) белый и чёрный шары.

13. 8 В коробке лежат 3 белых и 3 чёрных шара. Наугад вынимают два шара. Найти вероятность того, что вынуты:
- 1) два белых шара;
 - 2) два чёрных шара;
 - 3) шары разных цветов.
14. 9 Из колоды карт (36 листов) наугад вынимают две карты. Найти вероятность того, что это:
- 1) семёрка червей и восьмёрка бубей;
 - 2) дама треф и десятка бубей;
 - 3) две восьмёрки;
 - 4) два короля.
15. 10 При игре «Морской бой» на поле 10×10 клеток размещают 4 однопалубных корабля (по одной клетке каждый), 3 двухпалубных (по две клетки), 2 трёхпалубных (по три клетки) и один четырёхпалубный корабль (четыре клетки). Найти вероятность того, что первым выстрелом у противника будет поражён:
- 1) однопалубный корабль;
 - 2) двухпалубный корабль;
 - 3) трёхпалубный корабль;
 - 4) четырёхпалубный корабль.

§ 19. Сложение и умножение вероятностей

1. 4 1) Из полной колоды, содержащей 36 карт, наугад извлекают одну карту. Событие A — вынута семёрка, событие B — вынута дама треф. В чём состоит событие $A + B$? Найти вероятность события $A + B$.
- 2) Из полной колоды, содержащей 36 карт, наугад извлекают одну карту. Событие A — вынут пиковый валет, событие B — вынута восьмёрка красной масти. В чём состоит событие $A + B$? Найти вероятность события $A + B$.
2. 5 1) Бросают последовательно две игральные кости. Событие A — на первой кости выпало 5 очков, событие B — на второй кости выпало число очков,

кратное трём. В чём состоит событие AB ? Найти вероятность события AB .

2) Последовательно бросают две игральные кости. Событие A — на первой кости выпало нечётное число очков, событие B — на второй кости выпало 6 очков. В чём состоит событие AB ? Найти вероятность события AB .

3. 5 1) Баскетболист дважды бросает мяч в кольцо. Событие A — при первом броске баскетболист попал в кольцо, событие B — при втором броске баскетболист попал в кольцо. Записать событие, состоящее в том, что: оба раза баскетболист попал в кольцо; при первом броске баскетболист попал в кольцо, а при втором — не попал.

2) Баскетболист дважды бросает мяч в кольцо. Событие C — при первом броске баскетболист попал в кольцо, событие D — при втором броске баскетболист попал в кольцо. Записать событие, состоящее в том, что: при первом броске баскетболист не попал в кольцо, а при втором — попал; оба раза не попал в кольцо.

4. 3 1) Вероятность попадания стрелком по мишени при одном выстреле равна 0,86. Какова вероятность того, что, сделав один выстрел по мишени, стрелок промахнётся?

2) Вероятность попадания стрелком по мишени при одном выстреле равна 0,91. Какова вероятность того, что, сделав один выстрел по мишени, стрелок промахнётся?

5. 5 1) Поверхность рулетки разделена на 8 равных секторов, пронумерованных числами от 1 до 8. Найти вероятность того, что после раскручивания стрелка рулетки остановится: а) на секторе 6; б) не на секторе 6; в) на секторе с чётным номером; г) на одном из секторов 3 или 4.

2) Поверхность рулетки разделена на 12 равных секторов, пронумерованных числами от 1 до 12. Найти вероятность того, что после раскручивания стрелка рулетки остановится: а) на секторе 12; б) не на секторе 12; в) на секторе с номером, кратным 3; г) на одном из секторов 5 или 6.

6. 5 1) В ящике лежат 2 белых, 6 чёрных и 8 красных шаров. Наугад вынимают один шар. Какова вероятность того, что этот шар: а) не чёрный; б) не красный?

2) В ящике лежат 4 белых, 5 чёрных и 6 красных шаров. Наугад вынимают один шар. Какова вероятность того, что этот шар: а) не белый; б) не чёрный?

7. 6 1) Бросают две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков: а) равна 4; б) не равна 4; в) больше 2.
2) Бросают две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков: а) равна 11; б) не равна 11; в) больше 3.
8. 6 1) Вероятность попадания стрелком по мишени при первом выстреле равна 0,9, а при втором — 0,7. Стрелок делает два выстрела по мишени. Найти вероятность события: A — оба выстрела поразили мишень; B — оба раза стрелок промахнулся; C — первый раз стрелок попал по мишени, а второй раз промахнулся.
2) Вероятность попадания стрелком по мишени при каждом выстреле равна 0,8. Стрелок делает два выстрела по мишени. Найти вероятность события: A — оба выстрела поразили мишень; B — оба раза стрелок промахнулся; C — первый раз стрелок промахнулся, а второй раз попал по мишени.
9. 7 1) Бросают по очереди две игральные кости. Найти вероятность события: A — на первой кости выпало либо 2, либо 3 очка, а на второй — нечётное число очков; B — на первой кости выпало не менее 3 очков, а на второй — не 5 очков.
2) Бросают по очереди две игральные кости. Найти вероятность события: A — на первой кости выпало чётное число очков, а на второй — либо 1, либо 6 очков; B — на первой кости выпало не более 5 очков, а на второй — кратное 3 число очков.
10. 7 1) В ящике лежат 3 белых и 7 чёрных шаров. Наугад дважды вынимают по одному шару, всякий раз возвращая их обратно. Найти вероятность события: A — оба раза вынут чёрный шар; B — первый раз вынут белый, а второй раз — чёрный шар; C — хотя бы раз вынимали белый шар; D — вынимались шары разных цветов.
2) В ящике лежат 5 белых и 3 чёрных шара. Наугад дважды вынимают по одному шару, всякий раз возвращая их обратно. Найти вероятность события: A — оба раза вынут белый шар; B — первый раз вынут чёрный шар, а второй раз — белый;

C — хотя бы раз вынимали чёрный шар; D — один раз вынимался белый шар, а другой раз — чёрный.

11. 8 1) Из полной колоды карт (36 листов) дважды вынимают по одной карте, после чего её сразу возвращают в колоду. Найти вероятность события: A — оба раза вынимались карты чёрных мастей; B — первый раз была вынута семёрка, а второй раз — валет чёрной масти; C — первый раз вынута карта с числом, а второй раз — не десятка чёрной масти; D — первый раз вынут король или туз, а второй раз — карта не бубновой масти.
- 2) Из полной колоды карт (36 листов) дважды вынимают по одной карте, после чего её сразу возвращают в колоду. Найти вероятность события: A — первый раз вынута карта трефовой масти, а второй раз — карта красной масти; B — первый раз была вынута дама красной масти, а второй раз — король; C — первый раз вынули не туза, а второй раз — карту не с числом; D — первый раз вынули карту не трефовой масти, а второй раз — или семёрку червей, или любую восьмёрку.
12. 9 1) Стрелок трижды стреляет по мишени. Вероятность попадания по мишени при каждом выстреле постоянна и равна 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена: а) всеми выстрелами; б) ровно двумя выстрелами; в) только одним выстрелом.
- 2) В зале работают независимо друг от друга три кондиционера. Вероятность поломки любого из них за определённое время равна 0,1. Найти вероятность поломки за это время: а) всех трёх кондиционеров; б) ровно двух кондиционеров; в) ровно одного кондиционера.
13. 10 1) Устройство, состоящее из четырёх независимо работающих одинаковых элементов, включают на определённое время. Вероятность отказа каждого из этих элементов за данное время равна 0,1. Найти вероятность отказа за это время: а) ровно одного элемента; б) ровно двух элементов; в) ровно трёх элементов.
- 2) Стрелок четыре раза стреляет по мишени. Вероятность попадания этим стрелком по мишени при каждом выстреле постоянна и равна 0,9. Найти вероятность того, что мишень будет поражена: а) только одним выстрелом; б) ровно двумя выстрелами; в) ровно тремя выстрелами.

§ 20. Относительная частота и закон больших чисел

1. 2 В классе 24 ученика. За контрольную работу в этом классе оценку «5» получили:
1) 4 ученика; 2) 3 ученика.
Найти относительную частоту отличных оценок за контрольную работу в классе.
2. 2 Среди 18 животных, проживающих у жильцов многоквартирного дома:
1) 10 кошек; 2) 12 кошек.
Найти относительную частоту наличия кошек среди животных, проживающих в рассматриваемом доме.
3. 3 Заполнить таблицу.

№ п/п	Испытание	Число испытаний (N)	Событие (A)	Частота события (M)	Относительная частота (W)
1	Брошена монета	200	Выпал орёл	102	
2	Брошена монета	300	Выпала решка	146	
3	Брошена игральная кость	400	Выпало 3 очка	68	
4	Брошена игральная кость	300	Выпало 2 очка	56	
5	Биатлонист стреляет по мишени	30	Попадание по мишени	24	
6	Биатлонист стреляет по мишени	60	Попадание по мишени	52	

4. 4 Ученики провели испытание с бросанием монеты и результаты занесли в таблицу. Заполнить последний столбец таблицы.

1)

Исход испытания	Частота	Относительная частота
Орёл	22	
Решка	18	

2)

Исход испытания	Частота	Относительная частота
Орёл	21	
Решка	24	

5. 5 Ученики на уроке провели серию испытаний с бросанием игрального кубика и результаты занесли в таблицу. Заполнить последний столбец таблицы.

1)

Исход испытания (очки)	Частота	Относительная частота
1	34	
2	28	
3	33	
4	26	
5	27	
6	32	

2)

Исход испытания (очки)	Частота	Относительная частота
1	22	
2	24	
3	27	
4	25	
5	23	
6	29	

6. 6 Ученики провели 200 испытаний с бросанием игрального кубика и нашли для каждого возможного исхода относительную частоту. Восстановить данные второго столбца таблицы.

1)

Исход (очки)	Частота	Относительная частота
1		0,155
2		0,135
3		0,17
4		0,19
5		0,185
6		0,165

2)

Исход (очки)	Частота	Относительная частота
1		0,17
2		0,18
3		0,155
4		0,165
5		0,185
6		0,145

7. 6 1) Результаты испытаний с подбрасыванием кнопки занесены в таблицу.

Число испытаний (N)	10	50	100	200	500
Частота падения остриём вверх (M)	4	22	47	96	242
Относительная частота падения остриём вверх (W)					

Заполнить последнюю строку таблицы. Высказать предположение о значении вероятности падения данной кнопки остриём вверх (с точностью до 0,01).

- 2) Результаты испытаний с подбрасыванием гайки занесены в таблицу.

Число испытаний (N)	50	100	250	500	1000
Частота падения плашмя (M)	45	88	210	432	862
Относительная частота падения плашмя (W)					

Заполнить последнюю строку таблицы. Высказать предположение о значении вероятности падения гайки плашмя (с точностью до 0,01).

8. 1 Высказать предположение о примерном значении относительной частоты остановки стрелки рулетки на тёмном секторе, если испытание с её раскручиванием проводилось много раз. Вид сверху на рулетку изображён на рисунке 16.

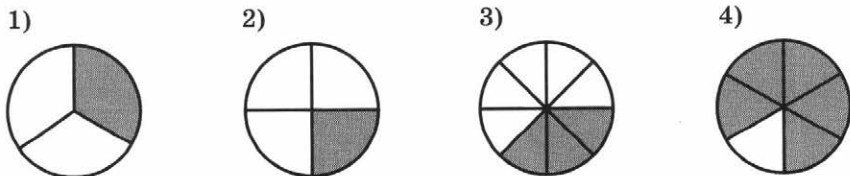


Рис. 16

9. 8 1) Для подсчёта числа рыб в пруду первый раз отловили 50 рыб, поместили их и отпустили обратно в пруд. Через несколько дней снова выловили 60 рыб, среди которых оказались 4 меченых. Сколько примерно рыб в пруду?
- 2) В ящике находится много белых шаров (более 100) одного и того же веса и радиуса. Из него вынули 100 шаров и вместо них в ящик насыпали 100 чёрных шаров того же веса и радиуса. После тщательного перемешивания всех шаров снова вынули из него 40 шаров, среди которых чёрных оказалось 5. Сколько примерно было в ящике белых шаров первоначально?
10. 9 1) В коробке находится много белых шаров. В неё добавляют n чёрных шаров (того же веса и размера, что и белые). Все шары перемешивают, после чего из коробки извлекают m шаров, среди которых оказывается k чёрных шаров ($k < m$). Найти приближённо первоначальное число белых шаров в коробке.
- 2) В некотором озере водились только караси. Для примерного подсчёта их числа в озеро запустили a сазанов и через несколько дней выловили b рыб, среди которых оказалось c сазанов ($c < b$). Сколько приблизительно было в озере карасей?

Контрольная работа № 4

1. В ящике находятся 7 белых, 3 красных и 6 чёрных шаров [9 белых, 2 красных и 7 чёрных шаров]. Наугад вынимают один шар. Найти вероятность того, что этот шар: 1) белый; 2) чёрный; 3) не красный.
2. Наугад называют натуральное число из промежутка от 1 до 25 (включая эти числа). Найти вероятность того, что названо число: 1) 9; 2) 29; 3) меньше 5; 4) кратное 7; 5) нечётное число; 6) простое число.

[Наугад называют натуральное число из промежутка от 11 до 30 (включая эти числа). Найти вероятность того, что названо число: 1) 5; 2) 15; 3) больше 27; 4) кратное 6; 5) нечётное число; 6) составное число.]

3. Стрелок делает по мишени 100 [50] выстрелов, а попадает в цель 78 [45] раз. Какова относительная частота попадания стрелком в цель в данной серии выстрелов?

-
4. Вероятность попадания баскетболистом в корзину в результате одного броска равна 0,6 [0,7]. Баскетболист дважды кидает мяч в корзину. Найти вероятность того, что: 1) оба раза баскетболист попадёт в корзину; 2) первый раз попадёт, а второй раз промахнётся. [1) оба раза не попадёт в корзину; 2) первый раз промахнётся, а второй раз попадёт.]

5. На стол бросают игральную кость и игральный тетраэдр, грани которого пронумерованы числами от 1 до 4. Найти вероятность того, что: 1) на кубике появилось 2 очка, а на тетраэдре — 4 очка; 2) на кубике появилось число очков, не меньше 4, а на тетраэдре — 3 очка.

[На стол бросают два игральных кубика. Найти вероятность того, что: 1) на обоих кубиках появилось по 5 очков; 2) на первом кубике появилось 6 очков, а на втором — число очков, не больше 2.]

6. В ящике находятся 2 белых и 4 чёрных шара. Наугад вынимают 2 шара. Найти вероятность того, что они разных цветов.

[В ящике находятся 3 белых и 4 чёрных шара. Наугад вынимают 2 шара. Найти вероятность того, что оба шара оказались чёрными.]

Случайные величины

§ 21. Таблицы распределения

1. [2] С помощью таблицы распределения значений случайной величины X по частотам M определить:
- 1) значение M при $X = 1$; 4 и значение X при $M = 4$; 10;
 - 2) значение M при $X = 2$; 7 и значение X при $M = 7$; 6.

X	0	1	2	4	5	7	8	10
M	2	4	7	10	12	6	5	1

2. [3] Установить, могла ли некоторая случайная величина X иметь распределение своих значений по относительным частотам такое, как представлено в таблице.

1)

X	1	3	5	7
W	$\frac{1}{13}$	$\frac{5}{13}$	$\frac{6}{13}$	$\frac{2}{13}$

2)

X	0	4	6	10	15
W	$\frac{1}{11}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{3}{11}$	$\frac{4}{11}$	$\frac{1}{11}$

3. [3] В таблице распределения по вероятностям P значений случайной величины X неизвестна одна из вероятностей. Найти её.

1)

X	1	2	3	4
P	0,1	0,15		0,3

2)

X	3	4	5	6
P	0,25		0,3	0,1

4. 4 Составить таблицу распределения по вероятностям P значений случайной величины X — числа очков, появившихся в результате бросания игрального кубика, если:

- 1) на пяти гранях кубика отмечено 1 очко, а на одной — 2 очка;
- 2) на одной грани кубика отмечено 1 очко, а на остальных — 2 очка;
- 3) на одной грани кубика отмечено 1 очко, на трёх — 2 очка, на двух — 3 очка;
- 4) на двух гранях кубика отмечено 1 очко, на трёх — 2 очка, на одной — 3 очка;
- 5) на противоположных гранях кубика отмечено соответственно по 1, по 2 и по 3 очка;
- 6) на двух гранях кубика отмечено 1 очко, на двух других — 2 очка, на остальных — 3 очка.

5. 4 1) На стол бросают две плоские фишки с цифрами 1 и 2 на сторонах одной из них и с цифрами 2 и 3 на сторонах другой. Составить таблицу распределения по вероятностям P значений случайной величины X — суммы выпавших на фишках чисел.

2) На стол бросают две монеты. Исходу орёл приписывается числовое значение 1, а исходу решка — значение 2. Составить таблицу распределения по вероятностям P значений случайной величины X — произведения выпавших на монетах чисел.

6. 4 1) В копилке лежали монеты номиналом 10 к., 50 к., 1 р., 5 р. и 10 р. Извлекая из копилки по одной монете, вели их подсчёт в таблице (X — номинал монеты, M — число монет данного номинала, W — относительная частота монет данного номинала).

X	10 к.	50 к.	1 р.	5 р.	10 р.
Подсчёт случаев			 	 	
M					
W					

Найти общее число монет в копилке и заполнить две последние строки таблицы.

2) В коробке лежали карточки пяти разных цветов: белые, жёлтые, красные, синие и чёрные. Вынимая

карточки из коробки по одной, вели их подсчёт в таблице (X — цвет карточки, M — число карточек данного цвета, W — относительная частота карточек данного цвета).

X	Белый	Жёл- тый	Крас- ный	Синий	Чёр- ный
Подсчёт случаев	▯▯▯ ▯▯	▯▯▯ ▯▯▯ ▯	▯▯▯ ▯▯▯ ▯▯▯ ▯▯▯	▯▯▯ ▯▯▯ ▯▯▯	▯▯▯ ▯▯▯
M					
W					

Подсчитать общее число карточек в коробке и заполнить две последние строки таблицы.

7. 5 Школьная медсестра записала число полных лет всех учащихся 9 класса:

1) 14, 16, 15, 14, 15, 15, 15, 16, 15, 15, 14, 15, 15, 15, 16, 15, 15;

2) 15, 14, 15, 16, 17, 15, 15, 14, 15, 15, 15, 15, 14, 16, 15, 16.

Составить таблицу распределения по частотам M значений случайной величины X — числа полных лет учащихся класса.

8. 5 Составить таблицу распределения по частотам M значений случайной величины Y — цифры, встречающейся в номерах паспортов членов семьи:

1) 4501389405, 4501120367, 4501493862,
4501521099;

2) 3802672105, 3802672104, 3802932754,
3802741139.

9. 6 В таблице записаны размеры одежды 20 мальчиков 9 класса.

1)

46	44	48	42	46	42	40	50	44	48
42	50	52	44	48	46	44	48	46	44

2)

48	44	46	50	42	46	44	40	48	46
50	46	44	48	44	46	48	50	46	44

На основе этих данных составить таблицы распределения по частотам (M) и относительным частотам (W) значений случайной величины X — размеров одежды мальчиков 9 класса.

10. 7) Результаты тиража школьной лотереи, в которой нужно было угадать 5 чисел из 25, показаны в таблице (M — количество билетов).

1)

	Количество правильно угаданных чисел					
	0	1	2	3	4	5
M	392	346	167	33	2	0
W						

2)

	Количество правильно угаданных чисел					
	0	1	2	3	4	5
M	448	396	103	22	1	0
W						

Определить количество билетов, участвовавших в тираже, и заполнить последнюю строку таблицы значениями W — относительными частотами количества правильно угаданных чисел.

§ 22. Полигоны частот

1. 4) На основе данных таблицы представить в виде линейной и круговой диаграмм распределение значений случайной величины X по частотам M .

1)

X	1	2	3	4	5	6
M	2	4	5	6	2	1

2)

X	1	2	3	4	5
M	3	5	7	4	1

2. 4) На основе данных таблицы представить в виде линейной и круговой диаграмм распределение значений случайной величины Z по относительным частотам W .

1)

Z	1	2	3	4	5
W	0,1	0,3	0,3	0,2	0,1

2)

Z	1	2	3	4	5	6
W	0,1	0,1	0,2	0,3	0,2	0,1

3. 3) На рисунке 17 представлен полигон относительных частот W . Составить таблицу распределения значений случайной величины X по относительным частотам.

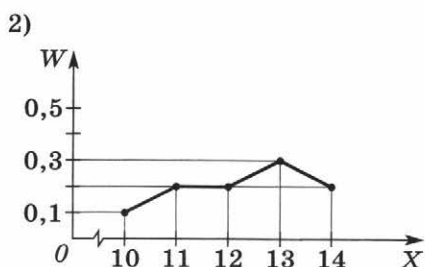
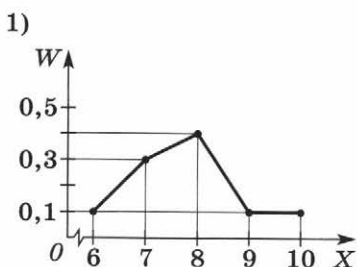


Рис. 17

4. 4) На рисунке 18 представлены два полигона относительных частот W оценок за контрольную работу у учащихся 9А (сплошной линией) и 9Б (пунктирной линией) классов, в каждом из которых по 20 учеников. В каком классе больше: отличных оценок; оценок «4» и «5»; неудовлетворительных оценок? Сколько учащихся в каждом классе получили оценку «1»; «2»; «3»; «4»; «5»?

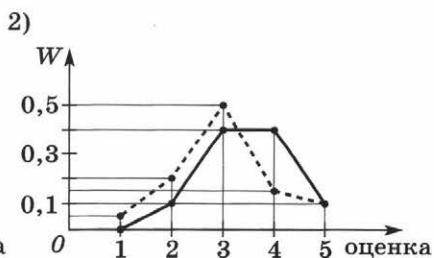
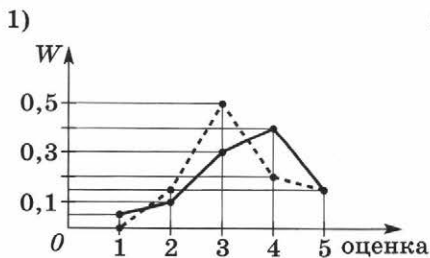


Рис. 18

5. 5 По данным частотной таблицы построить полигон частот и полигон относительных частот распределения значений случайной величины X .

1)

X	3	4	5	6	7
M	3	5	6	4	2

2)

X	2	3	4	5	6
M	1	4	7	6	2

3)

X	15	16	17	18	19	20
M	2	4	8	6	3	2

4)

X	20	21	22	23	24	25
M	2	3	8	5	4	3

6. 6 Провести исследование по количеству X членов семьи учащихся класса и заполнить таблицу (M — количество семей, W — относительная частота семей с конкретным числом её членов в общем количестве семей).

X	2	3	4	5	6	7	...
M							
W							

7. 7 Выполнение норм выработки рабочими некоторого предприятия за январь месяц текущего года характеризуется следующими данными (в %):

1) 103, 115, 98, 100, 112, 120, 99, 101, 115, 96, 121, 107, 109, 99, 112, 118, 56, 104, 85, 117, 105, 111, 106, 95, 104, 106, 96, 23, 108, 121;

2) 97, 98, 103, 108, 62, 118, 122, 99, 101, 110, 112, 99, 97, 78, 111, 113, 100, 119, 121, 108, 106, 105, 101, 100, 100.

Сгруппировать данные по классам: до 99%; от 100 до 109%; от 110 до 119%; от 120% и выше. Составить таблицу частот данных, сгруппированных по этим классам.

8. 7 В ходе переписи населения были записаны полные годы жизни людей, проживающих в одном подъезде пятиэтажного дома:

1) 38, 35, 24, 0, 32, 21, 64, 38, 60, 57, 16, 43, 47, 12, 3, 57, 29, 31, 39, 26, 76, 72, 43, 45, 10, 8, 31, 9, 34, 48, 46, 40, 26, 4, 78, 79, 6, 13, 15, 44, 61, 65;

2) 29, 35, 12, 9, 6, 48, 47, 14, 18, 19, 31, 74, 70, 27, 36, 45, 6, 4, 0, 30, 45, 54, 66, 39, 41, 25, 28, 31, 39, 17, 2, 20, 0, 14, 35, 38, 79, 69, 52, 59.

Составить частотную таблицу возрастов, сгруппировав их по классам: от 0 до 9 лет, от 10 до 19 лет, от 20 до 29 лет, от 30 до 39 лет, от 40 до 49 лет, от 50 до 59 лет, от 60 до 69 лет, от 70 до 79 лет. Данные таблицы представить наглядно с помощью полигона частот.

9. 7 Измерить рост у 50—100 учащихся одного возраста и заполнить таблицу.

Классы ростов (см)	от 140 до 149	от 150 до 159	от 160 до 169	от 170 до 179	от 180 до 189	от 190 до 199
Частота M (количество уча- щихся)						
Относи- тельная частота W						

Построить полигон частот распределения учащихся по ростам, сгруппированным в классы.

10. 10 Построить диаграмму разброса значений двух взаимосвязанных случайных величин X и Y , соответствующие значения которых представлены в таблице:

(продолжение)

(продолжение)

1)

X	Y
18	7
16	8
14	11
17	8
12	10
13	9
20	4
19	8
23	3
22	4

X	Y
24	2
12	9
14	8
21	4
19	5
18	5
15	9
16	7
21	3
20	6

2)

X	Y
29	15
27	11
28	13
33	16
31	15
25	12
27	14
35	18
34	17
24	11

X	Y
27	14
30	15
33	15
35	18
32	14
31	16
31	13
29	12
30	13
34	18

Определить вид корреляции между величинами X и Y .

§ 23. Генеральная совокупность и выборка

1. 4 Примерные значения относительных частот появления букв русского алфавита в литературных текстах следующие:

а	б	в	г	д	е	ж	з
0,062	0,014	0,038	0,013	0,025	0,072	0,007	0,016

и	й	к	л	м	н	о	п
0,062	0,010	0,028	0,035	0,026	0,053	0,090	0,023

р	с	т	у	ф	х	ц	ч
0,040	0,045	0,053	0,021	0,002	0,009	0,004	0,012

ш	щ	ъ	ы	ь	э	ю	я
0,006	0,003	0,001	0,016	0,013	0,003	0,006	0,018

При этом пробел между словами встречается с частотой 0,175. Считая пробел знаком текста, найти примерное количество букв: 1) а, б, ж, ф в тексте объёмом 5000 знаков; 2) е, к, о, ы в тексте объёмом 10 000 знаков.

2. 5 В литературном тексте объёмом 5000 букв некоторая буква встретилась: 1) 65, 190, 265, 225 раз; 2) 125, 30, 115, 80 раз. Определить эту букву.
3. 6 Швейная фабрика должна сшить: 1) 3000; 2) 7000 военных гимнастёрок. С этой целью были выявлены размеры одежды у 100 случайным образом выбранных курсантов военного училища. Распределение выявленных размеров по частотам представлено в таблице.

Размер (X)	42	44	46	48	50	52
Частота (M)	9	15	28	23	18	7

Считая рассмотренную выборку репрезентативной, определить, сколько гимнастёрок каждого размера следует сшить фабрике.

4. 6) Обувная фабрика получила заказ на пошив: 1) 800; 2) 600 тапочек для занятий гимнастикой в областных детских спортивных школах. Размеры обуви у 50 юных гимнастов из одного областного города оказались распределёнными по частотам следующим образом:

Размер (X)	19	19,5	20	20,5	21	21,5	22	22,5	23	23,5
Частота (M)	1	2	4	7	8	10	8	5	3	2

Считая данную выборку репрезентативной, определить, сколько тапочек каждого размера следует сшить фабрике.

5. 8) Удельный вес каждого из пяти районов в общем производстве некоторых видов продукции в 2010 г. по области (в % к общему итогу) представлен в таблице.

Вид продукции	Районы				
	1	2	3	4	5
Мясные изделия	30,8%	12,6%	11,2%	20,3%	25,1%
Молочные изделия	4,6%	34,7%	33,8%	8,5%	18,4%
Зерновые изделия	35,1%	6,0%	14,2%	17,2%	27,5%

На основе этой таблицы составить таблицу реальной выработки продукции районами области, если вся область произвела 58 000 т мясных изделий, 366 000 т молочных изделий, 345 000 т зерновых изделий.

§ 24. Центральные тенденции

Найти моду и медиану совокупности значений случайной величины X (1, 2).

1. 4) 1) 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4;
 2) 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3;
 3) -5, -5, -5, -3, -3, -3, -2, -2, -1, 0;
 4) -3, -3, -3, -1, 0, 0, 2, 2, 4, 4;
 5) 8, 8, 9, 9, 10, 10, 10, 11;
 6) 12, 13, 13, 16, 16, 16.

2. 5) 1) -6, 3, 2, -4, 8, 2, 8, 1;
 2) -2, 7, 4, 3, 0, 7, 0, 1, 5;
 3) 5, 12, -4, -3, 5, 7, -3, -1, 2;
 4) 3, 6, -3, -1, 2, 4, 3, -1.

3. 6) Найти моду и медиану совокупности значений случайной величины X , распределение которой по частотам представлено в таблице. Построить полигон частот значений величины X и указать на нём моду и медиану совокупности.

1)

X	3	4	6	7
M	2	3	4	2

2)

X	0	2	3	4
M	3	4	5	1

3)

X	1	2	3	4	5
M	1	2	3	3	2

4)

X	1	2	3	4	5	6
M	2	2	4	3	3	1

4. 4) Найти среднее значение выборки:

- 1) 6, 8, -7, 1, -5, -4;
 2) -4, -2, 0, 7, -3;
 3) -5, 3, 2, -4, 0;
 4) 7, -4, 3, 2, -6, 2.

5. 5) Найти среднее выборки значений случайной величины Y и построить полигон частот значений величины Y .

1)

Y	-2	0	1	3
M	1	2	3	2

2)

Y	-3	-1	0	3
M	2	4	2	2

3)

Y	-3	-1	0	2	3
M	2	3	4	2	1

4)

Y	-2	-1	0	1	3
M	1	2	3	4	2

6. 5) Диаметр болта (в см) измеряли пять учеников слесаря и получили следующие результаты:

- 1) 9,98; 10,01; 10,02; 10,00; 9,99;
 2) 10,01; 10,02; 9,97; 9,99; 10,01.

Найти среднее значение диаметра болта по данным выборки.

7. **6** При определении шестью различными способами плотности исследуемого образца (в г/см³) были получены следующие данные:

- 1) 13,15; 13,22; 13,17; 13,19; 13,23; 13,21;
 2) 13,18; 13,21; 13,20; 13,19; 13,23; 13,22.

Найти среднее значение и медиану этой совокупности. Высказать предположение о материале, из которого сделан исследуемый образец.

8. **7** В таблице приведены данные о возрасте (в годах) сотрудников магазина. Найти среднее, моду и медиану рассматриваемой совокупности.

1)

Возраст	18	21	28	35	37	42
Число сотрудников	3	2	3	2	1	1

2)

Возраст	19	23	26	32	35	46
Число сотрудников	1	1	2	3	2	1

9. **8** По количеству детей семьи микрорайона распределены следующим образом:

1)

Число детей в семье	0	1	2	3	4	5
Число семей	93	225	183	312	161	56

2)

Число детей в семье	0	1	2	3	4	5
Число семей	86	354	283	205	82	14

Определить среднее число детей в семьях данного микрорайона.

§ 25. Меры разброса

1. **2** Найти размах выборки:

- 1) $-3, 17, 0, 4, 18, 12, -5, 6$;
 2) $4, 8, -4, 3, -6, 1, 9, 4$.

2. **3** Найти размах выборки значений случайной величины X , заданной частотным распределением:

1)

X	2	4	5	7
M	1	3	4	5

2)

X	3	4	6	7	8
M	2	4	4	8	6

3. **5** Найти отклонение от среднего значения для каждого элемента выборки:

- 1) $22, 25, 27, 26$; 2) $18, 19, 24, 23$.

4. **5** Известно, что каждое своё значение в выборке случайная величина X принимает один раз. Заполнить таблицу:

1)

X	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$
4		
7		
6		
5		
3		

2)

X	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$
3		
2		
5		
4		
6		

5. **5** Найти дисперсию выборки:

- 1) представленной в задании 4 (1);
 2) представленной в задании 4 (2).

6. **6** Найти дисперсию выборки значений случайной величины:

- 1) $15 \text{ г}, 11 \text{ г}, 10 \text{ г}, 16 \text{ г}$;
 2) $13 \text{ см}, 18 \text{ см}, 16 \text{ см}, 17 \text{ см}$.

7. 7 Найти дисперсию выборки значений случайной величины X , заданной частотным распределением:

1)

X	-1	0	1	2	3
M	2	1	3	3	1

2)

X	-2	-1	0	1	2
M	1	2	4	2	1

8. 8 Найти с точностью до 0,1 среднее квадратичное отклонение от среднего выборки значений случайной величины:

- 1) в заданиях 6 (1) и 7 (1);
2) в заданиях 6 (2) и 7 (2).

9. 10 Сравнить с помощью среднего квадратичного отклонения стабильности работы двух токарей, имея выборки количества вытачиваемых ими за дни недели деталей (X — количество вытачиваемых деталей первым токарем, Y — вторым).

1)

День недели	Значение случайной величины	
	X	Y
понедельник	8	11
вторник	14	10
среда	—	12
четверг	8	9
пятница	14	13

2)

День недели	Значение случайной величины	
	X	Y
понедельник	9	9
вторник	12	11
среда	8	13
четверг	11	—
пятница	10	7

Контрольная работа № 5

1. Составить таблицу распределения по частотам (M) и относительным частотам (W) значений случайной величины X :

3, 2, 0, 1, 2, 0, 3, 3, 2, 0, 3, 2, 1

[1, 4, 3, 1, 3, 2, 5, 4, 2, 3, 3, 2].

Построить полигон частот значений случайной величины X .

2. Найти размах, среднее, медиану и моду выборки значений случайной величины X :

-5, 2, -3, 4, 1, 2, 0, 2

[3, -4, -2, 0, 1, -3, -2].

-
-
3. Распределение значений случайной величины Y по частотам представлено в таблице.

Y	1	2	3	5	7
M	1	2	3	2	2

Y	1	2	4	5	6
M	2	3	3	1	1

Найти размах, среднее, медиану, моду и дисперсию совокупности данных.

4. Построить полигон относительных частот значений случайной величины Y , представленной в частотной таблице в задании № 3.

Множества. Логика

§ 26. Множества

1. 3 Прочитать запись:

- | | |
|--|-------------------------------|
| 1) $15 \in N$; | 2) $49 \in N$; |
| 3) $-13 \in Z$; | 4) $-5 \in Z$; |
| 5) $0,2 \notin Z$; | 6) $-25 \notin N$; |
| 7) $\frac{3}{8} \notin N$; | 8) $1\frac{2}{7} \notin Z$; |
| 9) $C = B \setminus D$; | 10) $A = C \setminus D$ |
| 11) $A \subset B$; | 12) $N \supset M$; |
| 13) $B = \emptyset$; | 14) $C = \emptyset$; |
| 15) $A = \{1; 2\}$; | 16) $B = \{-1; 0; 2\}$; |
| 17) $A = \{x: x < 2\}$; | 18) $M = \{x: x \geq 1\}$; |
| 19) $B = \{x: x \in N, 0 < x \leq 5\}$; | |
| 20) $A = \{x: x^2 + 5x + 6 = 0, x \in N\}$; | |
| 21) $B \cup C$; | |
| 22) $A \cup B$; | |
| 23) $A \cap B = \emptyset$; | |
| 24) $D \cup C = \{2; 0; 5\}$. | |

2. 3 Определить, верно ли, что:

- | | |
|---|---------------------------|
| 1) $-10 \in N$; | 2) $105 \in N$; |
| 3) $\frac{18}{2} \in Z$; | 4) $-\frac{1}{2} \in Z$; |
| 5) $12 \in M$, если $M = \{10; 12; 14; 16\}$; | |
| 6) $25 \in M$, если $M = \{22; 23; 24; 26\}$. | |

3. 4 1) Пусть A — множество всех натуральных делителей числа 24. Установить, верно ли, что: $1 \in A$; $3 \in A$; $5 \in A$; $8 \in A$.2) Пусть B — множество всех натуральных делителей числа 36. Установить, верно ли, что: $36 \in B$; $18 \in B$; $14 \in B$; $12 \in B$.

4. 4 Перечислить все элементы множества M , заданного характеристическим свойством:

1) $M = \{x: x \in \mathbf{N}, 4 \leq x \leq 7\}$;

2) $M = \{x: x \in \mathbf{N}, 1 \leq x \leq 3\}$;

3) $M = \{x: x \in \mathbf{Z}, -3 \leq x \leq 1\}$;

4) $M = \{x: x \in \mathbf{Z}, -2 \leq x \leq 2\}$;

5) $M = \left\{x: x \in \mathbf{N}, 2\frac{1}{3} \leq x < 6\right\}$;

6) $M = \{x: x \in \mathbf{N}, x \leq 4,5\}$;

7) $M = \{x: x \in \mathbf{Z}, 3x^2 + 2x - 1 = 0\}$;

8) $M = \{x: x \in \mathbf{Z}, 4x^2 - 7x - 2 = 0\}$.

5. 4 Найти дополнение множества A до множества B :

1) $A = \{1; 5; 7\}, B = \{1; 3; 5; 7\}$;

2) $A = \{2; 4; 8\}, B = \{2; 4; 6; 8; 10\}$;

3) $A = \{-3; -2; 0; 1\}, B = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}$;

4) $A = \{-4; -1; 0; 2\}, B = \{-4; -3; -1; 0; 2; 4\}$.

6. 5 Найти $A \setminus B$ и $B \setminus A$, если:

1) $A = \{1; 2; 3\}, B = \{0; 2; 4\}$;

2) $A = \{2; 3; 4\}, B = \{1; 2; 5\}$;

3) $A = \{-3; -2; 0; 1\}, B = \{-2; -1; 0; 2\}$;

4) $A = \{-2; -1; 0; 3\}, B = \{-1; 3; 5; 6\}$.

7. 5 Найти $A \cap B$ и $A \cup B$, если:

1) $A = \left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}\right\}, B = \left\{\frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}\right\}$;

2) $A = \left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}\right\}, B = \left\{\frac{1}{6}; \frac{1}{8}; \frac{1}{10}\right\}$;

3) $A = \{-6; -3; -1; 2\}, B = \{-6; -4; -1; 3\}$;

4) $A = \{-5; -1; 3; 4\}, B = \{-1; 2; 4; 5\}$;

5) $A = \{-15; -12; 3\}, B = \{4; 12; 15\}$;

6) $A = \{-6; -1; 2\}, B = \{-3; 3; 6\}$.

8. 5 Найти объединение и пересечение отрезков:

1) $[1; 6]$ и $[3; 7]$;

2) $[3; 8]$ и $[5; 9]$;

3) $[-5; 17]$ и $[17; 20]$;

4) $[9; 11]$ и $[13; 19]$;

5) $[-8; -4]$ и $[-2; 3]$;

6) $[-13; 21]$ и $[21; 28]$.

9. 6 Найти пересечение и объединение множеств корней уравнений:

- 1) $x^2 - x - 20 = 0$ и $3x + 12 = 0$;
- 2) $2x - 6 = 0$ и $x^2 + 3x - 18 = 0$;
- 3) $x^2 - 2x - 3 = 0$ и $x^2 - x - 6 = 0$;
- 4) $x^2 + 5x + 6 = 0$ и $x^2 + x - 2 = 0$;
- 5) $x^2 + 4x - 5 = 0$ и $x^2 - x - 2 = 0$;
- 6) $x^2 + 2x - 8 = 0$ и $x^2 - 9 = 0$;
- 7) $x(x - 1)(x + 2)(2x - 3) = 0$ и
 $(x - 2)(x - 1,5)(x + 2) = 0$;
- 8) $(x - 3)(x + 1,25)(x + 2) = 0$ и
 $x(x - 3)(4x + 5)(x + 6) = 0$.

10. 7 Найти $A \cap B$, если:

- 1) A — множество натуральных делителей числа 60, B — множество натуральных делителей числа 75;
- 2) A — множество натуральных делителей числа 54, B — множество натуральных делителей числа 72;
- 3) A — множество натуральных делителей числа 90, B — множество натуральных делителей числа 72;
- 4) A — множество натуральных делителей числа 42, B — множество натуральных делителей числа 70.

11. 8 Найти $A \cap B$ и $A \cup B$, если:

- 1) $A = \{x: |x + 2| < 3\}$, $B = \{x: |x - 1| \leq 2\}$;
- 2) $A = \{x: |x - 3| \leq 1\}$, $B = \{x: |x + 1| < 5\}$;
- 3) $A = \{x: x^2 + 8x + 16 \leq 0\}$, $B = \{x: |x| < 6\}$;
- 4) $A = \{x: x^2 - 10x + 25 \leq 0\}$, $B = \{x: |x| \leq 7\}$.

12. 9 Найти $A \cap B \cap C$ и $A \cup B \cup C$, если:

- 1) $A = \{-5; -3; -1; 0; 1; 3\}$, $B = \{-3; 0; 1; 2\}$,
 $C = \{-7; -5; -3; 1; 4\}$;
- 2) $A = \{-4; -2; 0; 2; 4; 6\}$, $B = \{-5; -2; 0; 4; 7\}$,
 $C = \{-2; 4; 6; 8\}$;
- 3) $A = \{x: |x| \leq 2\}$, $B = \{x: -5 \leq x \leq 1\}$,
 $C = \{x: |x - 1| \leq 2\}$;
- 4) $A = \{x: |x| \leq 5\}$, $B = \{x: |x + 1| \leq 3\}$,
 $C = \{x: -7 \leq x \leq 4\}$.

13. 9 Классифицировать: 1) квадратные уравнения по числу корней; 2) линейные уравнения по числу корней; 3) треугольники по величине большего из углов; 4) треугольники по количеству равных сторон; 5) натуральные числа по остатку от деления на 4; 6) натуральные числа по остатку от деления на 3.
14. 10 Назвать несколько оснований для классификации: 1) учащихся вашего класса; 2) жильцов вашего дома; 3) летательных аппаратов; 4) плавучих средств; 5) дробей; 6) целых чисел; 7) параллелограммов; 8) многоугольников.
15. 10 Сколько различных подмножеств содержит множество, состоящее: 1) из 6 элементов; 2) из 5 элементов?
16. 10 Записать булеан множества M , если:
 1) $M = \{a; b; c\}$; 2) $M = \{1; 2; 3\}$.

§ 27. Высказывания. Теоремы

1. 3 Определить, истинным или ложным является высказывание:
- | | |
|----------------------------|------------------------------------|
| 1) $10 \geq 9$; | 2) $3 \leq 15$; |
| 3) $7 \leq 7$; | 4) $12 \geq 12$; |
| 5) $6 > 7$; | 6) $5 < 6$; |
| 7) $19 \in \mathbf{N}$; | 8) $-2 \in \mathbf{N}$; |
| 9) $-35 \in \mathbf{Z}$; | 10) $\frac{1}{2} \in \mathbf{Z}$; |
| 11) $\pi \in \mathbf{Q}$; | 12) $2, (3) \in \mathbf{Q}$. |
2. 4 Сформулировать высказывание \bar{v} , если известно высказывание v :
- | | |
|---|-------------------|
| 1) $18 \neq 18$; | 2) $23 \neq 40$; |
| 3) $6 = 16$; | 4) $12 = 12$; |
| 5) $25 > 17$; | 6) $19 \leq 25$; |
| 7) $33 \geq 20$; | 8) $15 < 21$; |
| 9) любое целое число является рациональным; | |
| 10) любой квадрат является прямоугольником; | |

- 11) не каждый треугольник является многоугольником;
 12) суша занимает большую часть поверхности Земли.
 Установить, истинным или ложным является высказывание v .

3. 5 Найти множество истинности предложения:

- 1) n — натуральный делитель числа 18;
 2) m — натуральный делитель числа 24;
 3) $-7 < x \leq 3, x \in \mathbf{N}$;
 4) $-2 \leq x < 2, x \in \mathbf{Z}$;
 5) $\begin{cases} x^2 - 2x - 15 = 0, \\ x \leq 0; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x^2 - 2x - 8 = 0, \\ x > 0. \end{cases}$

4. 5 Установить множество истинности предложения $p(x)$, если известно предложение $p(x)$:

- 1) $x = 5$; 2) $x < 3$;
 3) $x \leq -10$; 4) $x \geq -7$;
 5) $x \in (-\infty; -4) \cup [0; +\infty)$; 6) $x \in [-6; 9)$;
 7) $x \in (14; 20]$;
 8) $x \in (-\infty; -13] \cup (2; +\infty)$.

5. 6 Определить, истинным или ложным является высказывание $(\forall x) p(x)$ для данного предложения $p(x)$:

- 1) $x^2 = 6$; 2) $|x| = 3$;
 3) $|x| > 0$; 4) $|x| > -1$;
 5) $x^2 + 5 \geq 0$; 6) $x^2 - 9 > 0$;
 7) прямоугольник x является квадратом;
 8) треугольник x прямоугольный.

6. 7 Определить, истинным или ложным является высказывание $(\exists x) p(x)$ для данного предложения $p(x)$:

- 1) $|x| = -7$; 2) $x^2 = \pi$;
 3) $x^2 < 3$; 4) $|x + 4| \leq 0$;
 5) $x^2 - 10x + 25 \leq 0$; 6) $x^2 - 6x + 9 > 0$;
 7) треугольник x прямоугольный;
 8) прямоугольник x является квадратом.

7. 8 Выделить условие и заключение теоремы и сформулировать теорему, обратную данной:

- 1) если 0 — последняя цифра числа, то это число делится на 5;
 2) если сумма цифр числа делится на 9, то и само число делится на 9;

3) если x_1 и x_2 — корни квадратного трёхчлена $ax^2 + bx + c$, то трёхчлен можно представить в виде $a(x - x_1)(x - x_2)$;

4) если x_0 — корень многочлена n -й степени $P(x)$, то его можно представить в виде $(x - x_0) \cdot Q(x)$, где $Q(x)$ — многочлен степени $n - 1$;

5) суммы длин противоположных сторон описанного около окружности четырёхугольника равны;

6) центр описанной около прямоугольного треугольника окружности лежит в середине гипотенузы этого треугольника;

7) диагонали прямоугольника равны;

8) диагонали ромба взаимно перпендикулярны.

8. 7 Привести контрпример, опровергающий утверждение:

1) число, делящееся на 3, делится и на 9;

2) число, делящееся на 5, делится и на 10;

3) сумма трёх последовательных натуральных чисел есть число чётное;

4) сумма двух дробей есть целое число;

5) биссектриса внутреннего угла треугольника делит противоположную сторону треугольника пополам;

6) около любого четырёхугольника можно описать окружность;

7) каждый слог в словах русского языка оканчивается гласной буквой;

8) все металлы — твёрдые вещества.

9. 8 Заменить многоточие словом (словосочетанием) «необходимо», «достаточно» или «необходимо и достаточно» таким образом, чтобы полученное утверждение было истинным:

1) для того чтобы число делилось на 4, ... чтобы его последняя цифра была чётной;

2) для того чтобы число делилось на 6, ... чтобы его последняя цифра была чётной;

3) для того чтобы число делилось на 6, ... чтобы сумма его цифр делилась на 3;

4) для того чтобы число делилось на 15, ... чтобы сумма его цифр делилась на 3;

5) чтобы число делилось на 15, ... чтобы оно оканчивалось цифрой 0 или 5 и сумма его цифр делилась на 3;

6) чтобы число делилось на 6, ... чтобы число было чётным и сумма его цифр делилась на 3;

7) чтобы диагонали четырёхугольника пересекались под прямым углом, ... чтобы этот четырёхугольник был ромбом;

8) чтобы сумма противоположных углов четырёхугольника составляла 180° , ... чтобы этот четырёхугольник был прямоугольником.

10. 9 Записать:

1) дизъюнкцию высказываний $a(x)$ и $b(x)$; конъюнкцию высказываний $p(x)$ и $q(x)$; инверсию высказывания $p(x)$;

2) конъюнкцию высказываний $c(x)$ и $d(x)$; инверсию высказывания $q(x)$; дизъюнкцию высказываний $q(x)$ и $p(x)$.

11. 10 Записать высказывание $p(x) \wedge q(x)$ и $p(x) \vee q(x)$, если: 1) $p(x)$: «Треугольник x прямоугольный», $q(x)$: «Треугольник x равнобедренный»;

2) $p(x)$: «Число x чётное», $q(x)$: «Число x делится на 3».

12. 10 Убедиться в *таблице истинности*, беря в качестве высказываний p и q следующие высказывания:

1) p : « $2 \geq 4$ » (ложно), q : « $2 < 3$ » (истинно);

2) p : « $5 < 3$ » (ложно), q : « $3 < 3$ » (ложно).



§ 28. Следствие и равносильность

1. 4 Установить, какое из предложений (первое или второе) является следствием другого:

1) углы A и B равны; углы A и B вертикальные;

2) углы A , B и C — внутренние углы треугольника; сумма углов A , B и C равна 180° ;

3) сумма чисел a и b делится на 5; каждое из чисел a и b делится на 5;

4) числа a и b нечётные; сумма чисел a и b делится на 2.

2. 5 Установить, являются ли равносильными предложения:
- 1) число x кратно числам 8 и 12; число x кратно числу 24;
 - 2) число y больше 11 и кратно числам 2 и 3; число y кратно числу 12;
 - 3) стороны углов α и β лежат на соответственно параллельных прямых; углы α и β равны;
 - 4) вписанный в окружность угол α равен 90° ; вписанный в окружность угол α опирается на диаметр этой окружности.
3. 4 Установить, какое из двух данных уравнений является следствием другого:
- 1) $5x - 1 = 0$ и $(5x - 1)x = 0$;
 - 2) $(2 - 3x)(x + 1) = 0$ и $2 - 3x = 0$;
 - 3) $x^2 - 7x + 12 = 0$ и $x - 3 = 0$;
 - 4) $x^2 + 3x - 4 = 0$ и $x + 4 = 0$.
4. 5 Установить, равносильны ли уравнения:
- 1) $x^2 - 4x + 5 = 0$ и $\frac{5}{x} = 0$;
 - 2) $\frac{(x - 2)(x + 4)}{x - 3} = 0$ и $(x - 2)(x + 4) = 0$;
 - 3) $\sqrt{15x - 1} = 2$ и $15x - 1 = 4$;
 - 4) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 1$ и $x - 3 = 1$.
5. 5 Установить, равносильны ли системы:
- 1) $\begin{cases} 2x - 3y = 1, \\ x + 2y = 3 \end{cases}$ и $\begin{cases} 2(3 - 2y) - 3y = 1, \\ x + 2y = 3; \end{cases}$
 - 2) $\begin{cases} x - 2y = 5, \\ x + 2y = 1 \end{cases}$ и $\begin{cases} x - 2y = 5, \\ 2x = 6. \end{cases}$
6. 6 Установить, равносильны ли неравенства:
- 1) $x^2 - 3x + 2 < 0$ и $x < 2$;
 - 2) $x^2 + 5x + 6 \geq 0$ и $x \geq 3$;
 - 3) $2x^2 - 3x + 5 \leq 0$ и $x^2 + 3 < 0$;
 - 4) $2x^2 + 7 \geq 0$ и $x^2 + 4x + 8 > 0$.
7. 7 Установить, при каком значении a равносильны уравнения:
- 1) $ax + 5 = 0$ и $3x + 10 = 0$;

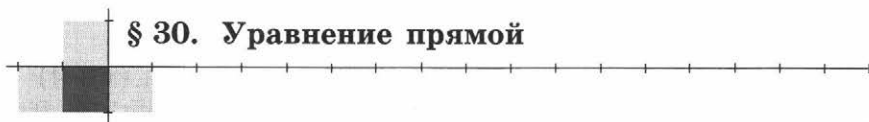
- 2) $6x - 1 = 0$ и $ax + 7 = 0$;
 3) $ax - 4x + 4 = 0$ и $ax + 2x - 1 = 0$;
 4) $ax + 3x - 6 = 0$ и $ax - 5x + 2 = 0$;
 5) $ax + 6x - a + 1 = 0$ и $ax - 5x - a = 0$;
 6) $ax - 8x + 3a - 2 = 0$ и $ax + 4x + 3a = 0$.
8. 8 Установить, при каких значениях a и b равносильны системы уравнений:
- 1) $\begin{cases} 2x + (a - 3)y = 6, \\ (b + 1)x - 4y = -4 \end{cases}$ и $\begin{cases} 6x - y = 4, \\ 5x + 2y = 9; \end{cases}$
- 2) $\begin{cases} (a + 5)x + 4y = 0, \\ 3x + (b - 1)y = -3 \end{cases}$ и $\begin{cases} 7x + y = 11, \\ 2x - 3y = 13. \end{cases}$
9. 10 Решить неравенство:
- 1) $|x^2 - 5x + 8| \leq |x^2 + 5x - 4|$;
 2) $|x^2 + 6x - 2| > |x^2 - 6x + 10|$;
 3) $\sqrt{x - 1} < x - 3$; 4) $\sqrt{x + 8} \leq x + 2$.

§ 29. Уравнение окружности

1. 4 Найти расстояние между точками B и C , если:
- 1) $B(3; 0)$, $C(0; -4)$;
 2) $B(0; 4)$, $C(-3; 0)$;
 3) $B(1; -2)$, $C(-1; 3)$;
 4) $B(-1; -3)$, $C(2; 1)$;
 5) $B(-3; 5)$, $C(-4; -2)$;
 6) $B(-2; 6)$, $C(-3; -4)$.
2. 4 Записать уравнение окружности с центром в начале координат и радиусом r , если:
- 1) $r = 15$; 2) $r = 14$;
 3) $r = 3\sqrt{10}$; 4) $r = 4\sqrt{7}$.
3. 4 Установить, какие из точек $A(-3; -\sqrt{7})$, $B(2\sqrt{3}; -2\sqrt{2})$, $C(-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$, $D(-\sqrt{5}; -\sqrt{15})$ принадлежат окружности, заданной уравнением:
- 1) $x^2 + y^2 = 16$; 2) $x^2 + y^2 = 20$.

4. 5 Записать уравнение окружности с центром в точке M и радиусом r , если:
- 1) $M(0; 4)$, $r = 1,5$;
 - 2) $M(-5; 0)$, $r = 1,2$;
 - 3) $M(-3; 2)$, $r = 6$;
 - 4) $M(7; -1)$, $r = 4$;
 - 5) $M(-\sqrt{2}; -5)$, $r = 10$;
 - 6) $M(-3; -\sqrt{6})$, $r = 9$.
5. 4 1) На окружности, заданной уравнением $(x - 3)^2 + (y + 3)^2 = 25$, найти точки с абсциссой, равной 0; -1.
2) На окружности, заданной уравнением $(x - 5)^2 + (y - 6)^2 = 100$, найти точки с абсциссой, равной -1; 13.
6. 6 1) На окружности, заданной уравнением $(x + 4)^2 + (y - 8)^2 = 169$, найти точки с ординатой, равной -4; 3.
2) На окружности, заданной уравнением $(x - 6)^2 + (y + 5)^2 = 225$, найти точки с ординатой, равной 4; 7.
7. 6 Найти координаты середины отрезка CD , если:
- 1) $C(10; -6)$, $D(-1; 4)$;
 - 2) $C(-2; 8)$, $D(7; -2)$;
 - 3) $C(-3; -4)$, $D(15; 10)$;
 - 4) $C(8; 13)$, $D(-6; -7)$.
8. 7 Определить вид фигуры, заданной уравнением:
- 1) $x^2 + y^2 - 14x + 2y + 41 = 0$;
 - 2) $x^2 + y^2 + 6x - 10y + 18 = 0$;
 - 3) $x(x - 8) + y(y - 6) = 0$;
 - 4) $x(x - 10) + y(y - 24) = 0$.
9. 8 Записать уравнение окружности с центром в точке M и проходящей через точку A , если:
- 1) $M(-5; 4)$, $A(-1; -2)$;
 - 2) $M(3; -4)$, $A(-2; 5)$;
 - 3) $M(-3; -4)$, $A(6; 1)$;
 - 4) $M(1; 7)$, $A(-3; 6)$.
10. 9 Записать уравнение окружности диаметром MN , если:
- 1) $M(0; -6)$, $N(8; 8)$;
 - 2) $M(-10; 4)$, $N(6; 0)$;
 - 3) $M(-5; -7)$, $N(-1; 3)$;
 - 4) $M(9; -5)$, $N(-3; 11)$.

11. 9 На оси ординат найти точку K , равноудалённую от точек M и N , если:
- 1) $M (-6; 9)$, $N (2; -7)$;
 - 2) $M (-3; -12)$, $N (7; -8)$.
12. 9 На оси абсцисс найти точку P , равноудалённую от точек M и N , если:
- 1) $M (-13; -7)$, $N (-9; 1)$;
 - 2) $M (5; -8)$, $N (-15; -4)$.



§ 30. Уравнение прямой

1. 4 Записать уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку A , если:
- 1) $A (5; -2)$;
 - 2) $A (-3; 4)$;
 - 3) $A (-1; 6)$;
 - 4) $A (2; -8)$.
2. 5 Записать уравнение прямой, проходящей через точки A и B , если:
- 1) $A (3; 0)$, $B (0; -5)$;
 - 2) $A (0; 4)$, $B (-2; 0)$;
 - 3) $A (-6; 1)$, $B (2; 0)$;
 - 4) $A (-3; 0)$, $B (5; 1)$;
 - 5) $A (2; -1)$, $B (-1; -3)$;
 - 6) $A (-6; -1)$, $B (1; 2)$;
 - 7) $A (0,5; 1)$, $B (-2; 1,5)$;
 - 8) $A (-2,5; 1)$, $B (-1; 0,5)$.
3. 5 Записать уравнения прямых, параллельных осям координат и проходящих через точку:
- 1) $A (4; -8)$;
 - 2) $B (-3; 7)$;
 - 3) $C (-1; -5)$;
 - 4) $D (-2; -4)$.
4. 4 Найти угловой коэффициент прямой, заданной уравнением:
- 1) $15x - 3y = 2$;
 - 2) $12x + 4y = 5$;
 - 3) $6x + 0,5y = 1$;
 - 4) $5x - 0,2y = 3$.
5. 5 Установить взаимное расположение прямых, заданных уравнениями:
- 1) $2x - 3y = 0,6$ и $4x + 6y = 1,2$;
 - 2) $-x + 5y = 2,5$ и $-2x + 10y = 5$;
 - 3) $0,4x + 0,5y = -2$ и $2x + 2,5y = -8$;
 - 4) $0,2x - y = 0,6$ и $x + 5y = 3$;

5) $-\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}y = 5$ и $-x + 3y = 20$;

6) $\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}y = 1$ и $2x + y = 2$.

6. [5] Найти координаты точки пересечения прямых, заданных уравнениями:
- 1) $3x - y = 1$ и $-9x + 2y = 4$;
 - 2) $4x + y = 1$ и $5x + 2y = 5$;
 - 3) $3x + 2y = 17$ и $6x - 4y = 2$;
 - 4) $2x - 3y = 2$ и $-4x + 11y = 6$.
7. [6] Найти координаты точек пересечения с осями координат прямой, заданной уравнением:
- 1) $-7x + 2y = 3$;
 - 2) $8x - 5y = 1$;
 - 3) $0,6x - 1,2y = 0,5$;
 - 4) $-1,4x + 0,7y = 0,2$.
8. [5] Найти коэффициент a в уравнении прямой $ax - 3y = 5$, если известно, что она проходит через точку:
- 1) $A(-3; 1)$;
 - 2) $A(2; -4)$;
 - 3) $A(-5; -2)$;
 - 4) $A(-7; -1)$.
9. [6] Найти коэффициенты a и b в уравнении прямой $ax + by = 2$, если известно, что она проходит через точки:
- 1) $A(1; -1)$ и $B(0; 5)$;
 - 2) $A(-6; 0)$ и $B(-3; 2)$.
10. [7] Известны координаты вершин треугольника: $A(-1; 2)$, $B(3; 0)$, $C(-7; -4)$. Записать уравнение прямой, содержащей медиану треугольника, проведенную из вершины: 1) A ; 2) B .
11. [8] Известны координаты вершин треугольника: $A(-4; 2)$, $B(0; 6)$, $C(-2; 0)$. Записать уравнение прямой, проходящей через среднюю линию треугольника, параллельную стороне: 1) AC ; 2) AB .
12. [9] Установить, являются ли перпендикулярными прямые:
- 1) $3x + 2y = 5$ и $4x - 3y = 2$;
 - 2) $-x + 3y = 1$ и $6x + 2y = 5$;
 - 3) $-5x - 2y = 3$ и $-x + 2,5y = 4$;
 - 4) $2x - 7y = 2$ и $3x + 4y = 1$.

13. 10 1) Записать уравнение прямой, проходящей через точку $(1; -2)$ перпендикулярно прямой $y = 4x - 3$.
 2) Записать уравнение прямой, проходящей через точку $(-2; 3)$ перпендикулярно прямой $y = 2x + 1$.

**§ 31. Множества точек
на координатной плоскости**

1. 4 Определить фигуру, заданную уравнением:
 1) $(x + 3)^2 + (5x + 3y)^2 = 0$;
 2) $(5x + 4y)^2 + (y + 5)^2 = 0$.
2. 5 Используя графическую иллюстрацию, определить фигуру, заданную системой уравнений:
- | | |
|---|---|
| 1) $\begin{cases} x - 7y = 1, \\ \frac{x}{2} - 3y = 0; \end{cases}$ | 2) $\begin{cases} 4x + 3y = 0, \\ -2x + \frac{y}{2} = 8; \end{cases}$ |
| 3) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ x + y = -1; \end{cases}$ | 4) $\begin{cases} x - y = 3, \\ x^2 + y^2 = 9; \end{cases}$ |
| 5) $\begin{cases} y = x - 1 , \\ x^2 + y^2 = 1; \end{cases}$ | 6) $\begin{cases} y = x + 2 , \\ x^2 + y^2 = 4; \end{cases}$ |
| 7) $\begin{cases} y = \sqrt{x + 2}, \\ y = x^3; \end{cases}$ | 8) $\begin{cases} y = \sqrt{x + 1}, \\ y = x^2. \end{cases}$ |
3. 5 На координатной плоскости изобразить фигуру, заданную уравнением:
- 1) $|x - 3|^2 + (y + 1)^2 = 4$;
 - 2) $(x + 2)^2 + |y - 2|^2 = 9$;
 - 3) $\frac{x^2}{4} - 9y^2 = 0$;
 - 4) $9x^2 - 16y^2 = 0$;
 - 5) $(x - y)(x + 4) = 0$;
 - 6) $(x + y)(y - 3) = 0$;
 - 7) $(x - 1)(x + 2)(y - 3) = 0$;
 - 8) $(x - 1)(y - 1)(y + 2) = 0$.

На координатной плоскости изобразить множество точек, удовлетворяющих неравенству (4, 5).

4. $\boxed{6}$ 1) $x \leq -1$; 2) $x > 2$;
 3) $y > 3$; 4) $y \leq -3$;
 5) $y < x^2$; 6) $y \geq x^3$;
 7) $y \geq 2x - 1$; 8) $y < 3x + 1$;
 9) $x + 3y < 6$; 10) $x + 2y \geq -4$.

5. $\boxed{6}$ 1) $x^2 + y^2 \geq 1\frac{7}{9}$; 2) $x^2 + y^2 \leq 2\frac{1}{4}$;
 3) $(x - 1)^2 + (y + 1,5)^2 \leq 9$;
 4) $(x + 2,5)^2 + (y - 1,5)^2 \geq 16$;
 5) $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 < 6,25$;
 6) $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 > 0,25$.

На координатной плоскости изобразить множество точек, удовлетворяющих системе неравенств (6, 7).

6. $\boxed{6}$ 1) $\begin{cases} 4x - y \leq 1, \\ 3x + y > 2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x + y < 3, \\ 2x - y \geq 4; \end{cases}$
 3) $\begin{cases} \frac{x}{2} + y \leq 2, \\ x - y \leq 3; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{x}{3} - y > 5, \\ x + y > 1. \end{cases}$

7. $\boxed{7}$ 1) $\begin{cases} (x - 4)^2 + (y - 2)^2 \geq 16, \\ 2x - y > 1; \end{cases}$
 2) $\begin{cases} (x + 3)^2 + (y - 3)^2 \leq 9, \\ 3x - y < -5; \end{cases}$
 3) $\begin{cases} (x + 2)^2 + (y - 1)^2 < 36, \\ 3x + y \leq 2; \end{cases}$
 4) $\begin{cases} (x - 2)^2 + (y - 4)^2 > 25, \\ 2x + y \geq 3. \end{cases}$

8. $\boxed{10}$ 1) Найти наибольшее значение функции

$$S = 4x + 5y + 2$$

в области, заданной системой неравенств $\begin{cases} 3x - 2y + 9 \geq 0, \\ 3x - y + 6 \leq 0. \end{cases}$

2) Найти наименьшее значение функции

$$S = 9y - 4x + 7$$

в области, заданной системой неравенств

$$\begin{cases} 2x - y - 4 \geq 0, \\ 2x - 3y - 8 \leq 0. \end{cases}$$

9. 10 1) Для производства изделий двух видов V_1 и V_2 требуются три вида сырья: A , B и C . Нормы расхода сырья на изготовление одного изделия каждого вида представлены в таблице.

Вид сырья	Норма расхода сырья (кг) на одно изделие вида		Общее количество сырья (кг)
	V_1	V_2	
A	12	4	300
B	4	4	120
C	3	12	252
Прибыль от реализации одного изделия (р.)	30	40	

Определить количество выпускаемых изделий каждого из видов, при которых прибыль от их реализации будет максимальной.

2) Цех мебельной фабрики производит столы и шкафы. На производство одного стола расходуется 5 кг древесины, а на производство одного шкафа — 20 кг. На производство одного стола требуется 10 человеко-часов, а на производство шкафа — 15 человеко-часов. На складе имеется не более 400 кг древесины, и фабрика обладает максимальным ресурсом в 450 человеко-часов. Прибыль от производства одного стола составляет 45 у. е., а от производства одного шкафа — 80 у. е. Сколько нужно сделать столов и сколько шкафов с учётом всех возможностей фабрики, чтобы получить максимальную прибыль?

Контрольная работа № 6

1. Найти $A \cap B$ и $A \cup B$, если:

1) $A = \{4; 13\}$, $B = \{-2; 5; 12\}$;

2) $A = \{-15; -7; 3; 4\}$, $B = \{-7; -3; 3\}$

[1) $A = \{-6; 0; 7\}$, $B = \{-5; 2\}$;

2) $A = \{-8; -4; 3; 5\}$, $B = \{-4; 2; 5\}$].

2. Сформулировать высказывание \bar{v} , если высказывание v таково:

$29 \geq 25$ $[13 < 30]$.

Определить, истинным или ложным является высказывание v .

3. Установить, какое уравнение является следствием другого:

1) $x^2 - 9 = 0$, $3 + x = 0$; 2) $4x + 1 = 0$, $4x^2 + x = 0$.

4. Записать уравнение окружности с центром в точке M и радиусом r , если

$M(-2; 3)$, $r = 5$ $[M(5; -1), r = 3]$.

5. На координатной плоскости штриховкой показать множество точек, удовлетворяющих неравенству

$2x - y < 1$ $[3x + y \geq 2]$.

6. Найти координаты середины отрезка AB , если:

$A(-3; 8)$, $B(5; 2)$ $[A(4; -7), B(-6; -5)]$.

7. Записать уравнение прямой, проходящей через точки

$M(6; 0)$ и $N(0; -4)$ $[M(0; 5)$ и $N(-3; 0)]$.

8. На координатной плоскости изобразить множество точек, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y+2)^2 \leq 9, \\ y > (x-1)^2 - 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} x^2 + (y-2)^2 \leq 4, \\ y < x^3 + 2 \end{cases}.$$

ГЛАВА I

§ 1

1. 1) 2^{-5} ; 2) 3^{-3} ; 3) $(-5)^{-3}$; 4) $(-7)^{-5}$; 5) a^{-6} ; 6) b^{-4} ; 7) $\left(\frac{b}{a}\right)^{-3}$;
 8) $\left(\frac{y}{x}\right)^{-2}$. 2. 1) $\left(\frac{1}{3}\right)^4$; 2) $\left(\frac{1}{5}\right)^4$; 3) $\left(\frac{1}{7}\right)^2$; 4) $\left(\frac{1}{13}\right)^{10}$; 5) $\left(\frac{1}{a}\right)^2$;
 6) $\left(\frac{1}{b}\right)^4$. 3. 1) $2\frac{1}{3}$; 2) $-\frac{5}{7}$; 3) $1\frac{9}{16}$; 4) $1\frac{15}{49}$; 5) $-3\frac{3}{8}$; 6) $-4\frac{17}{27}$;
 4. 1) 3125; 2) $123\frac{37}{81}$; 3) -8; 4) $2\frac{2}{49}$; 5) $37\frac{1}{27}$; 6) $-1\frac{19}{81}$;
 7) $\frac{125}{216}$; 8) $\frac{100}{441}$. 5. 1) $9\frac{1}{8}$; 2) $-16\frac{1}{27}$; 3) 2,249; 4) $42\frac{27}{32}$;
 6. 1) $(0,3)^{-5} > (0,3)^5$; 2) $(0,2)^{-3} > (0,2)^3$; 3) $(-0,1)^{-7} < (-0,1)^7$;
 4) $(-2,3)^{-4} < (-2,3)^4$. 7. 1) $\left(\frac{1}{3}\right)^7$; 2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{12}$; 3) 3^4 ; 4) $\left(\frac{1}{2}\right)^5$; 5) $\left(\frac{1}{2}\right)^1$;
 6) $\left(\frac{3}{2}\right)^1$. 8. 1) 3^1 ; 2) 2^2 ; 3) $\left(\frac{1}{3}\right)^{14}$; 4) $\left(\frac{1}{2}\right)^{11}$; 5) $\left(\frac{1}{2}\right)^5$; 6) $\left(\frac{3}{2}\right)^5$;
 9. 1) $\left(\frac{1}{3}\right)^9$; 2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$; 3) 3^{15} ; 4) 2^{24} ; 5) 2^6 ; 6) $\left(\frac{3}{2}\right)^6$. 10. 1) $6xy^3$;
 2) $31x^6y^2$; 3) $50d^2c^{-8}$; 4) $0,25x^{-7}y^2$; 5) $20m^3n^{-2}$; 6) $20m^3n^{-6}$;
 11. 1) $12x^3y^{-2}$; 2) $2,4m^{-1}n^5$; 3) y^{-8} ; 4) $\frac{1}{24}n^5$. 12. 1) $\frac{1+x^4}{x^6}$;
 2) $\frac{1+m^2}{m^6}$; 3) $\frac{xy}{x+y}$; 4) $\frac{n+m}{nm}$; 5) a^2 ; 6) $2m+n$. 13. 1) 126;
 2) 192. 14. 1) $1\frac{9}{16}$; 2) 0,008. 15. 1) $2,7 \cdot 10^{16}$; 2) $2,56 \cdot 10^{-14}$;
 3) $1,5625 \cdot 10^4$; 4) $4 \cdot 10^{-8}$; 5) $7,3 \cdot 10^{-8}$; 6) $4,013 \cdot 10^{-7}$;
 7) $2,4 \cdot 10^{-2}$; 8) $6,4 \cdot 10^{-3}$. 16. 1) $x^{-2} + 4$; 2) $\frac{x^{-2}}{x^{-2} - 16}$.

§ 2

1. 1) 2; 2) 4; 3) -3; 4) -5; 5) $\frac{1}{4}$; 6) $\frac{2}{3}$. 2. 1) 2; 2) 3; 3) 5; 4) 4.
 3. 1) 64; 2) 125; 3) 256; 4) 625; 5) 16; 6) 6,25; 7) 0,125; 8) 0,0625. 4. 1) $x = -3$; 2) $x = -2$; 3) $x = \pm 2$; 4) $x = \pm 5$;
 5), 6) нет корней. 5. 1) $x \geq 0$; 2) $x \leq 0$; 3) $x \in \mathbf{R}$, 4) $x \in \mathbf{R}$;
 5) $x \leq -1$, $x \geq 3$; 6) $x < -\frac{3}{2}$, $x \geq 3$. 6. 1) $x - 1$, $1 - x$; 2) $m - n$,
 $n - m$; 3) $x - 3$, $3 - x$; 4) $x - 2$, $2 - x$. 7. 1) 14,3; 21,5; 2) 11,5;
 23,3. 8. 1) 6,055; 9,024; 2) 7,024; 8,017.

§ 3

1. 1) 32; 200; 2) 45; 360; 3) 48; 80; 4) 1,5; 3,5; 5) 4; 6) 0,06.
 2. 1) 3; 0,006; 2) $\frac{1}{4}$; 5,4. 3. 1) 10; 0,2; 2) 6; 2. 4. 1) 27; 49;
 2) 125; 0,09; 3) a^2 ; b^6 ; 4) x^2 ; y^4 . 5. 1) a^2b^3 ; $4xz^2$; 2) a^4b ; $10a^2b^2$.
 6. 1) ab ; 2) ab^2 . 7. 1) $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{5}{6}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{8}{3}$. 8. 1) 0,4; 8; 2; 2) 3;
 2; 2. 9. 1) $\sqrt[3]{b}$; 2) $\sqrt[3]{ax}$; 3) $\frac{3}{\sqrt{c}}$; 4) $\frac{3x}{\sqrt{y}}$; 5) $8xy$; 6) $\frac{1}{3bc}$. 10. 1) a^{-2} ;
 2) b^{-3} ; 3) c^{-2} ; 4) d^{-2} . 11. 1) $\sqrt[6]{3}$, $\sqrt[10]{7}$, $\sqrt[6]{5}$, $\sqrt[4]{2}$; 2) $\sqrt[12]{5}$, $\sqrt[4]{2}$,
 $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[3]{3}$; 3) a^2b^6 ; 4) c^2d . 12. 1) 1; 2) $\frac{a}{b^2c^2}$; 3) $\frac{c^4}{d^2}$; 4) $\frac{c^3}{a^5b^2}$.
 13. Указание. Представить каждое подкоренное выражение в виде квадрата двучлена. 14. 1) 4; 2) $4a$. 15. 1) 2; 2) 3.
 16. 1) $2\sqrt[4]{ab}$; 2) $\sqrt[3]{a^2}$. 17. 1) 4; 2) 12. 18. 1) 4; 2) $\frac{13}{15}$.
 19. 1) $65536 - x$; 65000; 2) $6561 - x$; 6000. 20. 1) $\frac{1024}{256 - x}$; 8;
 2) $\frac{16}{1 - x}$; 80.

§ 4

1. 1) $a^{\frac{3}{2}}$; 2) $b^{\frac{3}{4}}$; 3) $x^{\frac{2}{5}}$; 4) $m^{\frac{3}{7}}$; 5) $c^{\frac{2}{5}}$; 6) $d^{\frac{1}{3}}$. 2. 1) $(a - b)^{\frac{1}{2}}$;
 2) $(x + y)^{\frac{1}{2}}$; 3) $(2xy)^{\frac{2}{3}}$; 4) $(3ab)^{\frac{3}{4}}$; 5) $(x - y)^{\frac{3}{4}}$; 6) $(a + b)^{\frac{2}{3}}$.

3. 1) $\sqrt[5]{a}$; 2) $\sqrt[7]{b}$; 3) $\sqrt[3]{x^2}$; 4) $\sqrt[5]{y^3}$; 5) $\sqrt[3]{m^{-1}}$; 6) $\sqrt[4]{n^{-1}}$. 4. 1) $\sqrt[6]{(3z)^5}$;
 2) $\sqrt[3]{(2t)^2}$; 3) $\sqrt[5]{x+y}$; 4) $\sqrt[3]{a^2+b}$; 5) $\sqrt[7]{(c+d)^{-2}}$; 6) $\sqrt[5]{(a-c)^{-3}}$.
5. 1) $-\frac{3}{4}$; 2) $1\frac{7}{8}$; 3) 15; 4) 12; 5) 100000; 6) 1000. 6. 1) 108;
 2) $1\frac{2}{3}$. 7. 1) $a^{\frac{3}{4}}$; 2) $x^{\frac{4}{5}}$; 3) y ; 4) $m^{\frac{1}{3}}$; 5) x , 6) $a^{\frac{1}{5}}$; 7) $b^{-7,2}$; 8) y^{-4} .
8. 1) $\frac{1}{18}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) 135; 4) 25. 9. 1) $a^{\frac{1}{3}}$; 2) x^{20} ; 3) 1; 4) k^2 .
10. 1) $x^{\frac{1}{2}}\left(1+x^{\frac{1}{2}}\right)$; 2) $m^{\frac{1}{2}}\left(m^{\frac{1}{2}}-1\right)$; 3) $3x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}\left(4x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}\right)$;
 4) $5a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}\left(b^{\frac{1}{2}}+3a^{\frac{1}{2}}\right)$; 5) $a^{\frac{2}{3}}\left(a^{-\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}+a^{-\frac{1}{3}}c^{\frac{1}{3}}\right)$; 6) $x^{\frac{1}{2}}\left(x^{-\frac{1}{4}}y^{\frac{1}{4}}-x^{-\frac{1}{4}}z^{\frac{1}{4}}\right)$;
 7) $y^{-\frac{1}{3}}\left(y^{\frac{5}{3}}+1\right)$; 8) $a^{-\frac{1}{3}}(a^2+1)$. 11. 1) $\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)$ или
 $\left(a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}\right)\left(a^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{2}{3}}\right)$; 2) $\left(x^{\frac{1}{2}}-2\right)\left(x^{\frac{1}{2}}+2\right)$ или $\left(x^{\frac{1}{3}}-4^{\frac{1}{3}}\right)\times$
 $\times\left(x^{\frac{2}{3}}+x^{\frac{1}{3}}4^{\frac{1}{3}}+4^{\frac{2}{3}}\right)$; 3) $\left(a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}}\right)\left(a^{\frac{3}{4}}+a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{3}{4}}\right)$ или $\left(a^{\frac{1}{6}}-b^{\frac{1}{6}}\right)\times$
 $\times\left(a^{\frac{1}{3}}+a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{1}{6}}+b^{\frac{1}{3}}\right)$; 4) $\left(x^{\frac{1}{4}}-2^{\frac{1}{2}}\right)\left(x^{\frac{1}{4}}+2^{\frac{1}{2}}\right)$ или $\left(x^{\frac{1}{6}}-2^{\frac{1}{3}}\right)\times$
 $\times\left(x^{\frac{1}{3}}+2^{\frac{1}{3}}x^{\frac{1}{6}}+2^{\frac{2}{3}}\right)$; 5) $\left(y^{\frac{1}{3}}-1\right)\left(y^{\frac{1}{3}}+1\right)$ или $\left(y^{\frac{2}{9}}-1\right)\left(y^{\frac{4}{9}}+y^{\frac{2}{9}}+1\right)$;
 6) $\left(m^{\frac{1}{3}}-1\right)\left(m^{\frac{1}{3}}+1\right)$ или $\left(m^{\frac{2}{9}}-1\right)\left(m^{\frac{4}{9}}+m^{\frac{2}{9}}+1\right)$; 7) $\left(2a^{\frac{1}{12}}-b^{\frac{1}{4}}\right)\times$
 $\times\left(2a^{\frac{1}{12}}+b^{\frac{1}{4}}\right)$ или $\left(\frac{1}{4^3}a^{\frac{1}{18}}-b^{\frac{1}{6}}\right)\left(\frac{2}{4^3}a^{\frac{1}{9}}+\frac{1}{4^3}a^{\frac{1}{18}}b^{\frac{1}{6}}+b^{\frac{1}{3}}\right)$;
 8) $\left(0,1m^{\frac{1}{12}}-n^{\frac{1}{12}}\right)\left(0,1m^{\frac{1}{12}}+n^{\frac{1}{12}}\right)$ или $\left(0,01^{\frac{1}{3}}m^{\frac{1}{18}}-n^{\frac{1}{18}}\right)\times$
 $\times\left(0,01^{\frac{2}{3}}m^{\frac{1}{9}}+0,01^{\frac{1}{3}}m^{\frac{1}{18}}n^{\frac{1}{18}}+n^{\frac{1}{9}}\right)$. 12. 1) $\frac{y^{\frac{1}{2}}\left(y^{\frac{1}{4}}-4\right)}{5}$; 2) $a^{\frac{2}{5}}+b^{\frac{2}{5}}$;

- 3) $\frac{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}{a + a^2b^2 + b}$; 4) $\frac{m - m^{\frac{1}{2}}n^{\frac{1}{2}} + n}{m^{\frac{1}{2}} - n^{\frac{1}{2}}}$. 13. 1) 2; 2) $\sqrt{a} - \sqrt{b}$. 14. 1) 1;
 2) $a + b$. 15. 1) 3,3220; 2) 11,6648; 3) 9,7385; 4) 39,1653.
 16. 1) x ; 2) y^2 ; 3) $a^{8+2\sqrt{7}}$; 4) $b^{6-2\sqrt{5}}$. 17. 1) $(y^{\sqrt{2}} + x^{\sqrt{2}})x^{\sqrt{2}}y^{\sqrt{2}}$;
 2) $\frac{1}{x^{2\sqrt{3}} - y^{2\sqrt{3}}}$.

§ 5

1. 1) $1^{\frac{3}{7}} < 2^{\frac{3}{7}}$; 2) $1^{\frac{2}{3}} > (0,1)^{\frac{2}{3}}$; 3) $(0,2)^{-\frac{2}{3}} > 1^{-\frac{2}{3}}$; 4) $3^{\frac{3}{5}} < 1^{\frac{3}{5}}$.
 2. 1) $4^{\frac{1}{3}} < 5^{\frac{1}{3}}$; 2) $7^{\frac{1}{5}} < 8^{\frac{1}{5}}$; 3) $2^{\frac{3}{5}} > 4^{\frac{3}{5}}$; 4) $3^{\frac{3}{7}} > 6^{\frac{3}{7}}$.
 3. 1) $\left(\frac{12}{13}\right)^{\frac{1}{5}} < \left(\frac{13}{14}\right)^{\frac{1}{5}}$; 2) $\left(\frac{22}{23}\right)^{\frac{5}{8}} < \left(\frac{23}{24}\right)^{\frac{5}{8}}$; 3) $(0,25)^{\frac{4}{15}} < (0,32)^{\frac{4}{15}}$;
 4) $(0,45)^{\frac{8}{3}} < (0,36)^{\frac{8}{3}}$; 5) $(1,7)^{-\frac{3}{7}} > (1,71)^{-\frac{3}{7}}$; 6) $(2,03)^{\frac{2}{5}} < (2,02)^{\frac{2}{5}}$;
 7) $\sqrt[5]{\left(\frac{2}{9}\right)^3} < \sqrt[5]{\left(\frac{1}{4}\right)^3}$; 8) $\sqrt[7]{\left(\frac{3}{7}\right)^2} < \sqrt[7]{\left(\frac{4}{9}\right)^2}$. 4. 1) $x = 2$; 2) $x = 2$;
 3) $x = 3$; 4) $x = 1$. 5. 1) $x = 3,5$; 2) $x = \frac{1}{3}$; 3) $y = \frac{1}{2}$; 4) $x = \frac{1}{2}$.
 6. 1) $x = \frac{1}{2}$; 2) $x = \frac{3}{2}$; 3) $x = -\frac{8}{3}$; 4) $x = -\frac{2}{3}$. 7. 1) $x = 1$;
 2) $x = -\frac{5}{8}$. 8. 1) 3; 2) 5; 3) -1; 4) -1. 9. 1) $\frac{1}{2} < x \leq 1$;
 2) $0 \leq x < 1$; 3) $\frac{1}{2} \leq x < 2$; 4) $-\frac{5}{2} < x \leq -\frac{5}{3}$. 10. 1) 2; 2) 4; 3) -1;
 4) -1; 5) 3; 6) -3. 11. 1) $\left(\frac{2}{3}\right)^{\sqrt{3}} < \left(\frac{3}{2}\right)^{\sqrt{3}}$; 2) $\left(\frac{3}{5}\right)^{\sqrt{2}} < \left(\frac{5}{3}\right)^{\sqrt{2}}$;
 3) $\left(\frac{5}{7}\right)^{-\sqrt{3}} > \left(\frac{7}{9}\right)^{-\sqrt{3}}$; 4) $\left(\frac{4}{7}\right)^{-\sqrt{5}} < \left(\frac{5}{9}\right)^{-\sqrt{5}}$. 12. 1) 1,18; 2) 2,10; 3) 0,85;
 4) 0,48. 13. 1) При $a \geq 0$, $a < -\frac{2}{3}$, $a = -\frac{1}{2}$; 2) при $a < 0$, $a = \frac{1}{3}$ един-
 ственный корень $x = \sqrt[3]{2^7}$; при $0 \leq a < \frac{1}{3}$, $a > \frac{1}{3}$ два корня: $x_1 = \sqrt[3]{2^7}$,
 $x_2 = \sqrt[3]{(6a)^7}$.

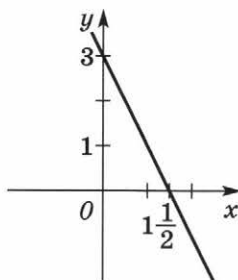


Рис. 19

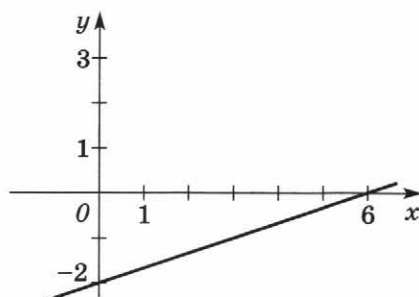


Рис. 20

ГЛАВА II

§ 6

1. 1) -5 ; -3 ; -6 ; 2) $y(x) = 9$ при $x = 3$ и $x = -2,5$; $y(x) = 4$ при $x = 2,5$ и $x = -2$; $y(x) = 15$ при $x = 3,5$ и $x = -3$. 2. 1) -15 ; 5 ; -8 ; 2) $y(x) = -16$ при $x = 2$ и $x = 1\frac{1}{3}$; $y(x) = 24$ при $x = -2$ и $x = 5\frac{1}{3}$; $y(x) = 0$ при $x = -\frac{2}{3}$ и $x = 4$. 3. 1) Рис. 19, $y > 0$ при $x < 1,5$; $y < 0$ при $x > 1,5$; 2) рис. 20, $y > 0$ при $x > 6$; $y < 0$ при $x < 6$; 3) рис. 21, $y > 0$ при $x < 2$, $x > 3$; $y < 0$ при $2 < x < 3$; 4) рис. 22, $y > 0$ при $2 < x < 3$; $y < 0$ при $x < 2$, $x > 3$.
4. 1), 2) x — любое действительное число; 3) $x \geq 3$; 4) $x \leq 3$; 5) $x \leq -3$, $x \geq 3$; 6) $x \leq -4$, $x \geq 4$; 7) $x \neq 5$; 8) $x \neq 4$. 5. 1) $x \neq 3$, $x \neq 2$, $x \neq 0$; 2) $x \neq -1$, $x \neq \frac{1}{2}$, $x \neq 0$; 3) $x < -2$, $-1 \leq x \leq 2$, $x > 3$; 4) $x \leq -2$, $-1 \leq x < 1$, $x > 2$; 5) $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{3}$, $x \geq 3$; 6) $-\frac{3}{4} \leq x \leq -\frac{2}{3}$, $x \geq \frac{1}{2}$; 7) $1 \leq x \leq 2$, $x \geq 3$; 8) $-2 \leq x \leq -1$, $x \geq 3$.

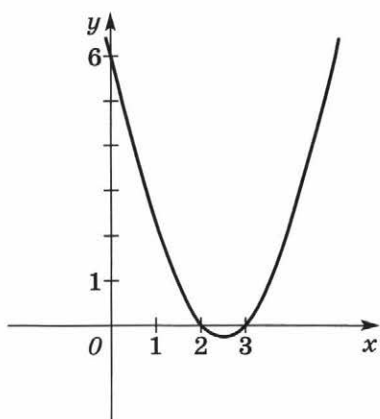


Рис. 21

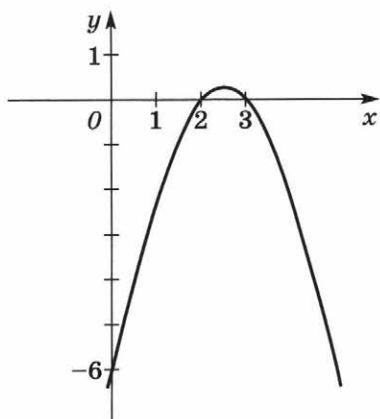


Рис. 22

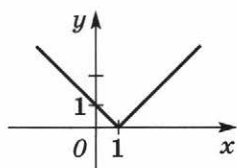


Рис. 23

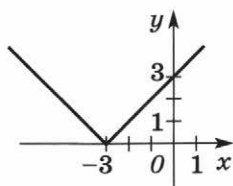


Рис. 24

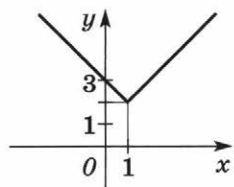


Рис. 25

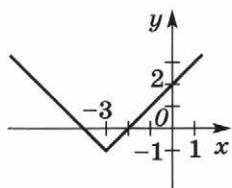


Рис. 26

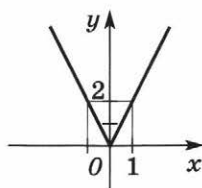


Рис. 27

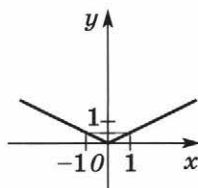


Рис. 28

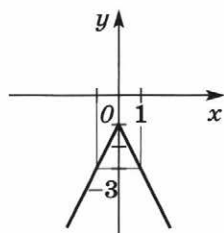


Рис. 29

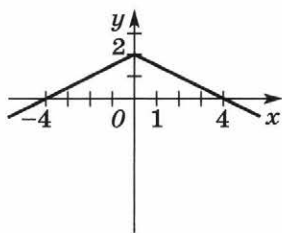


Рис. 30

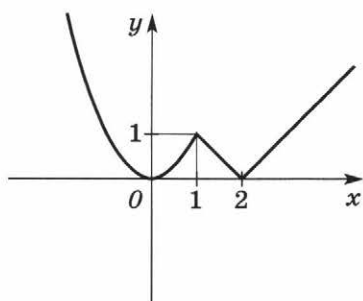


Рис. 31

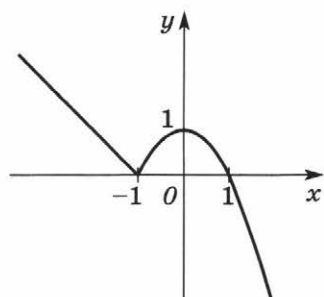


Рис. 32

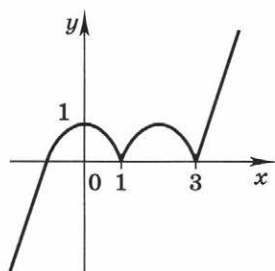


Рис. 33

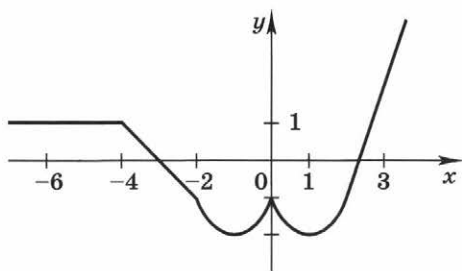


Рис. 34

6. 1) а) $-2 \leq x \leq 4$; б) $-2 < x < 0,5$, $3 < x \leq 4$; 2) а) $-5 \leq x \leq 1$; б) $-4,5 < x < -2$; 3) а) $x \neq 0$; б) $x > 0$; 4) а) $x \neq 0$; б) $x < 0$, $x > 0$. 7. 1) а) $y(-3) = 5$, $y(5) = 1$, $y(-1) = 3$; б) $y(x) = 0$ при $x_1 = 2$, $x_2 = 4$; $y(x) = 7$ при $x = -5$, $x = 11$; $y(x) = 1$ при $x_1 = 5$, $x_2 = 1$; в) $y < 0$ при $2 < x < 4$; 2) а) $y(-3) = 4$, $y(5) = 0$, $y(-1) = 2$; б) $y(x) = 0$ при $x_1 = 1$, $x_2 = 5$; $y(x) = 7$ при $x_1 = -6$, $x_2 = 12$; $y(x) = 1$ при $x_1 = 0$, $x_2 = 6$; в) $y < 0$ при $1 < x < 5$. 8. 1) Рис. 23; 2) рис. 24; 3) рис. 25; 4) рис. 26; 5) рис. 27; 6) рис. 28; 7) рис. 29; 8) рис. 30. 9. 1) $y = |x - 2| - 2$; 2) $y = |x + 2| - 1$. 10. 1) Рис. 31; 2) рис. 32. 12. 1) $x \in \mathbf{R}$, рис. 33; 2) $-6 \leq x \leq 3$, рис. 34.

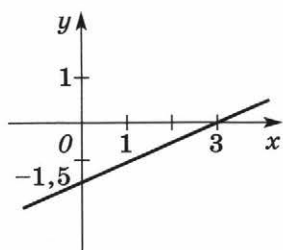


Рис. 35

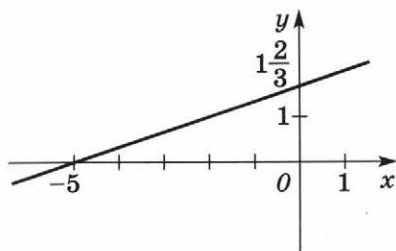


Рис. 36

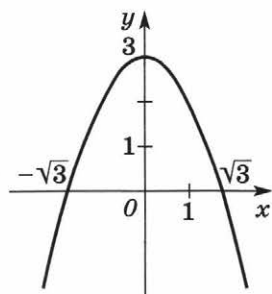


Рис. 37

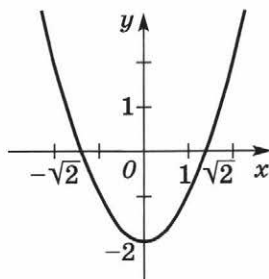


Рис. 38

§ 7

1. 1) Функция возрастает на отрезке $[-5; -2]$, убывает на отрезке $[-2; 3]$; 2) функция убывает на отрезке $[-3; -1]$, возрастает на отрезке $[-1; 3]$. 2. 1) Рис. 35, возрастает на всей числовой прямой; 2) рис. 36, возрастает на всей числовой прямой; 3) рис. 37, возрастает на промежутке $(-\infty; 0]$, убывает на промежутке $[0; +\infty)$; 4) рис. 38, убывает на промежутке $(-\infty; 0]$, возрастает на промежутке $[0; +\infty)$; 5) рис. 39, убывает на промежутке $(-\infty; 4]$, возрастает на промежутке $[4; +\infty)$;

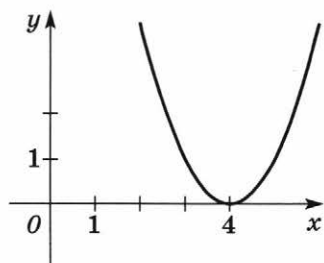


Рис. 39

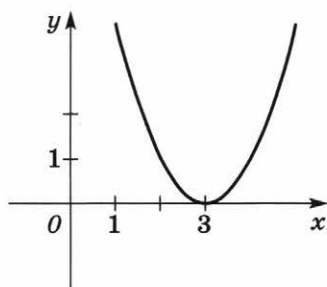


Рис. 40

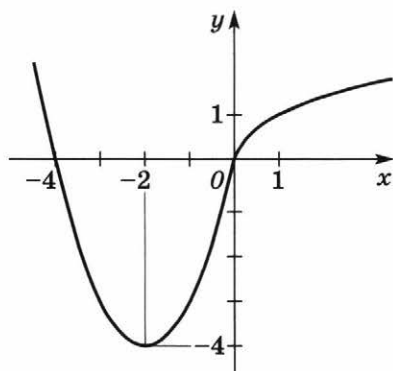


Рис. 41

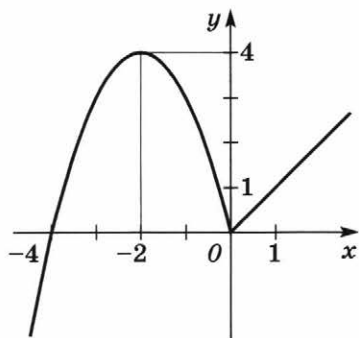


Рис. 42

6) рис. 40, убывает на промежутке $(-\infty; 3]$, возрастает на промежутке $[3; +\infty)$. 3. 1) $y = 2x + 3$, $y = \sqrt{x}$, $y = |x|$; 2) $y = x + 5$, $y = x^{\frac{2}{3}}$. 4. 1) $y = x^{\frac{2}{5}}$ — рис. 10, $y = x^{\frac{3}{2}}$ — рис. 11, $y = x^{\frac{3}{4}}$ — рис. 9; 2) $y = x^{\frac{4}{3}}$ — рис. 14, $y = x^{\frac{5}{6}}$ — рис. 12, $y = x^{\frac{5}{3}}$ — рис. 13. 5. 1) $x = 27$; 2) $x = 32$; 3) $x = 1$; 4) $x = 1$. 7. 1) Рис. 41, убывает на промежутке $(-\infty; -2]$, возрастает на промежутке $[-2; +\infty)$; 2) рис. 42, убывает на отрезке $[-2; 0]$, возрастает на промежутках $(-\infty; -2]$ и $[0; +\infty)$. 9. 1) рис. 43; 2) рис. 44.

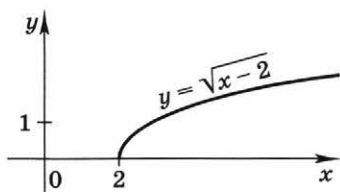


Рис. 43

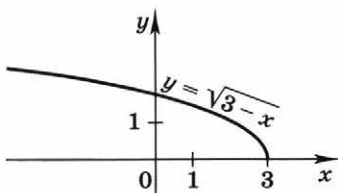


Рис. 44

§ 8

1. 1), 2) чётные; 3), 4) нечётные. 2. 1), 2) чётные; 3), 4) нечётные. 3. 1), 2) чётные; 3), 4) нечётные. 4. 1)–4) нечётные. 6. 1) $y = |2x| - x^2$; 2) $y = x^4 + |3x|$. 7. 1) Рис. 45; 2) рис. 46; 3) рис. 47; 4) рис. 48. 8. 1) Рис. 49, а) возрастает на промежутке $[0; +\infty)$; б) $y < 0$ при $0 \leq x < 4$; $y > 0$ при $x > 4$; 2) рис. 50, а) возрастает на всей числовой прямой; б) $y > 0$ при $x > -8$; $y < 0$ при $x < -8$; 3) рис. 51, а) возрастает на всей числовой прямой; б) $y > 0$ при $x > 1$; $y < 0$ при $x < 1$; 4) рис. 52, а) возрастает на промежутке $[-2; +\infty)$; б) $y > 0$ при $x > -2$; 5) рис. 53, а) возрастает на всей числовой прямой; б) $y > 0$ при $x > -1$; $y < 0$ при $x < -1$; 6) рис. 54, а) возрастает на всей числовой прямой; б) $y > 0$ при $x > -2$; $y < 0$ при $x < -2$. 9. 1) Рис. 55, а) возрастает на промежутках $(-\infty; 2]$ и $[3; +\infty)$, убывает на промежутке $[2; 3]$; б) $y > 0$ при $1 < x < 3$, $x > 3$; $y < 0$ при $x < 1$; 2) рис. 56, а) возрастает на промежутках $(-\infty; -1]$ и $[0; +\infty)$, убывает на промежутке $[-1; 0]$; б) $y > 0$ при $x > 4$; $y < 0$ при $x < 4$. 10. 1) Рис. 57; 2) рис. 58; 3) рис. 59; 4) рис. 60. 11. 1) $x = \frac{1}{2}$; 2) $x = -1$; 3) $x = -1$; 4) $x = 0$; 5) $x = 0$; 6) $x = -4$. 12. 1) (1; 0); 2) (-1; 0); 3) (0; 2); 4) (1; 0). 14. 1) Чётная; 2) нечётная; 3) чётная; 4) нечётная

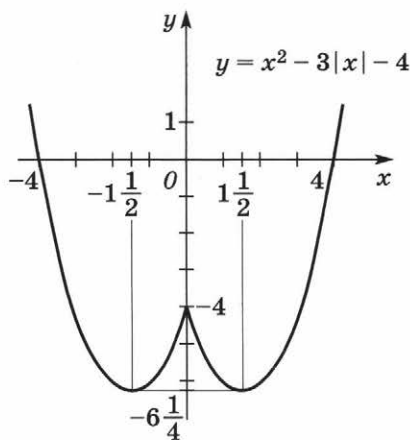


Рис. 45

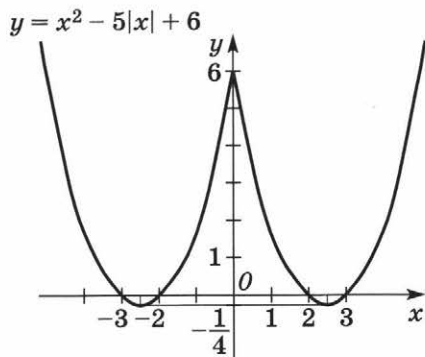


Рис. 46

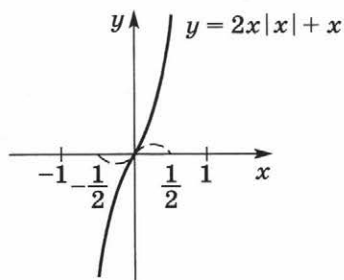


Рис. 47

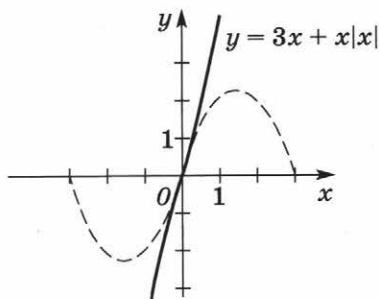


Рис. 48

§ 9

1. 1) Рис. 61, а) $x_{1,2} = \mp \frac{\sqrt{2}}{2}$; б) при $x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $0 < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$;
- 2) рис. 62, а) $x_{1,2} = \mp \sqrt{2}$; б) при $x < -\sqrt{2}$, $0 < x < \sqrt{2}$.
2. 1) Рис. 63; 2) рис. 64. 3. 1) $(-3; -2)$, $(2; 3)$; 2) $(-6; -3)$, $(3; 6)$. 4. 1) $x_{1,2} \approx \pm 1,7$; 2) $x_1 \approx 0,6$, $x_2 \approx -1,6$; 3) $x_1 = -2$, $x_2 = 1$;
- 4) $x_1 = 2$, $x_2 = -1$. 5. 1) Рис. 65; 2) рис. 66; 3) рис. 67;
- 4) рис. 68; 5) рис. 69; 6) рис. 70. 6. 1) Рис. 71; 2) рис. 72.
7. 1)—4) одно решение.

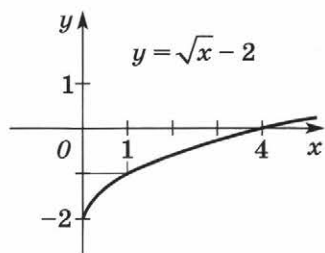


Рис. 49

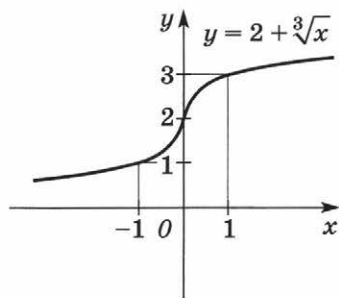


Рис. 50

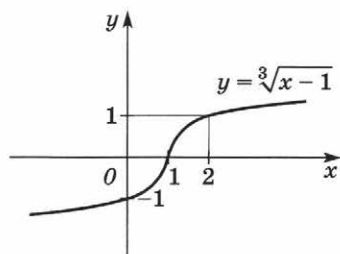


Рис. 51

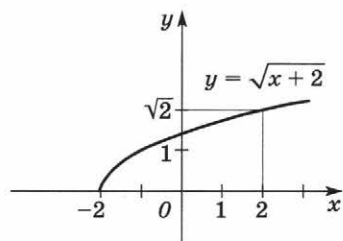


Рис. 52

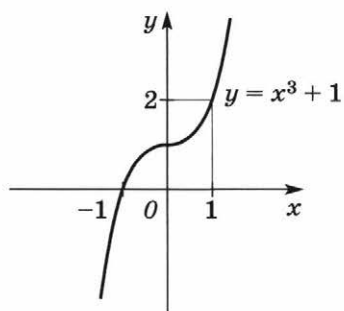


Рис. 53

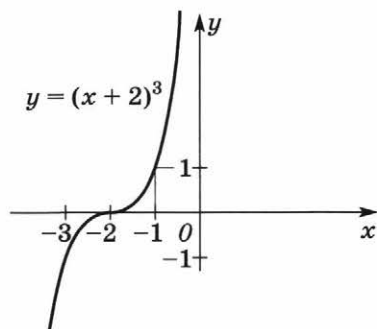


Рис. 54

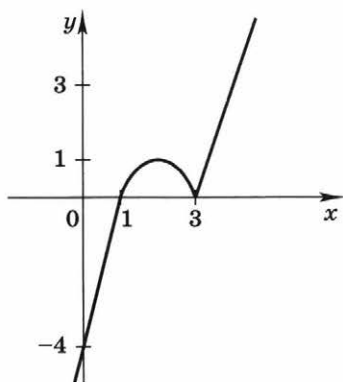


Рис. 55

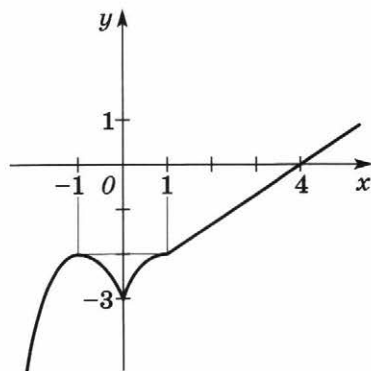


Рис. 56

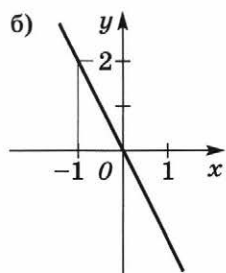
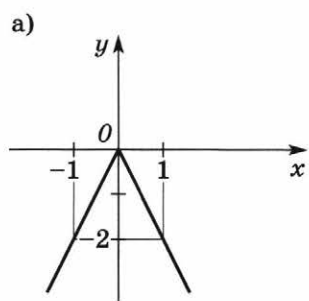


Рис. 57

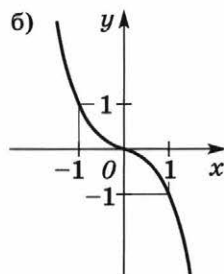
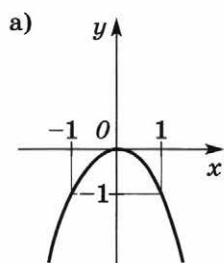


Рис. 58

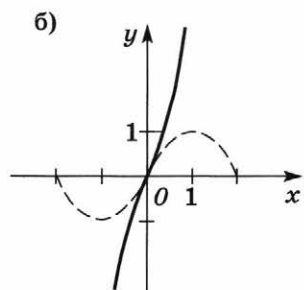
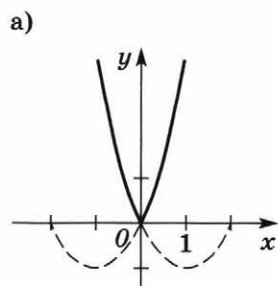


Рис. 59

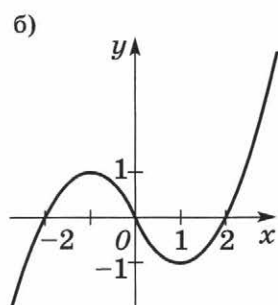
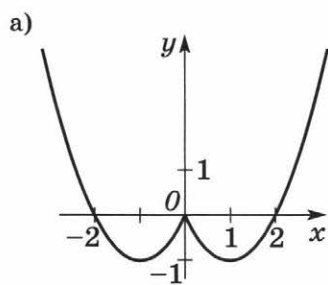


Рис. 60

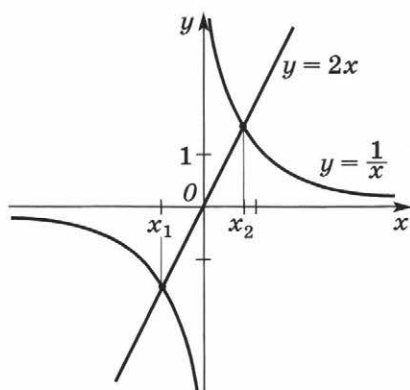


Рис. 61

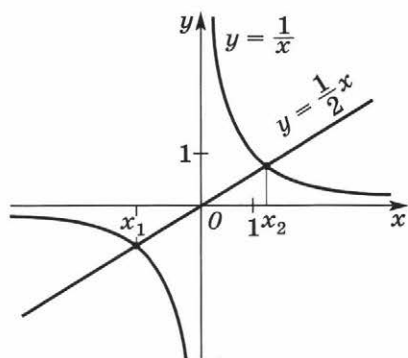


Рис. 62

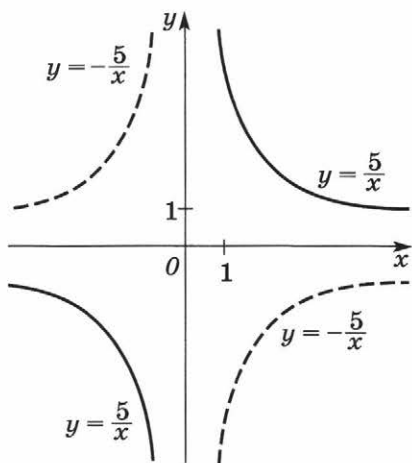


Рис. 63

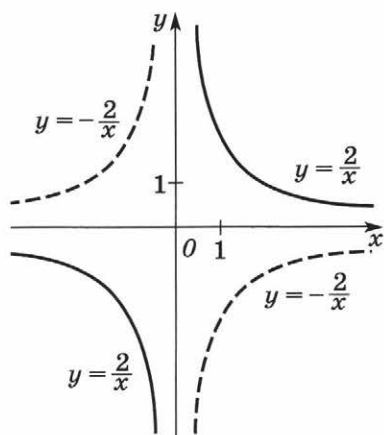


Рис. 64

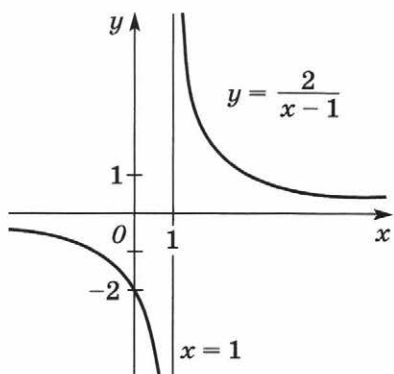


Рис. 65

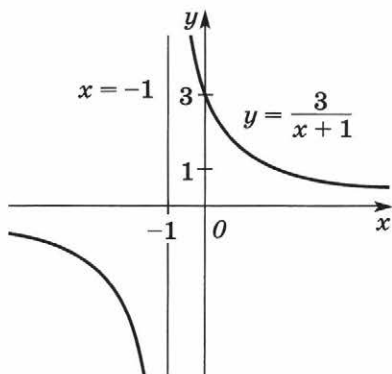


Рис. 66

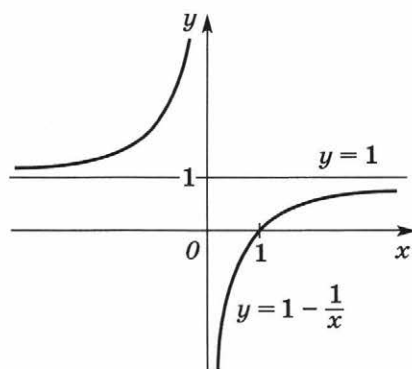


Рис. 67

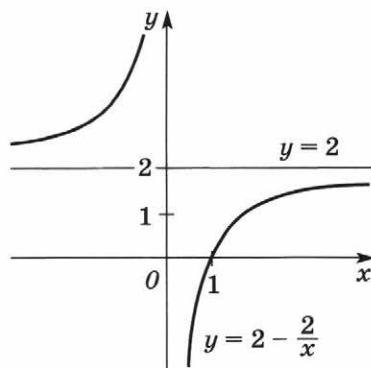


Рис. 68

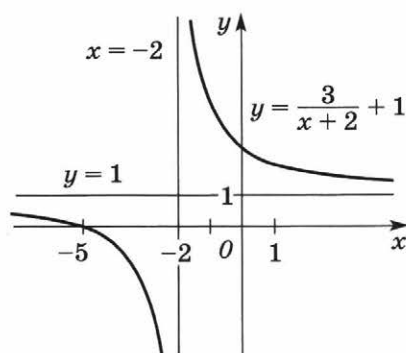


Рис. 69

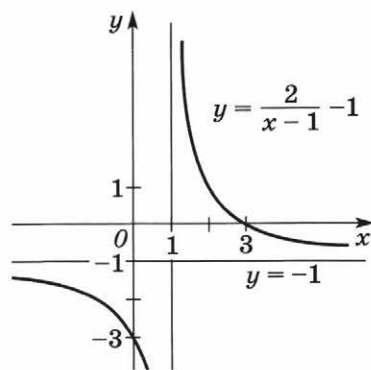


Рис. 70

§ 10

1. 1) $x = 9$; 2) $x = 49$; 3) $x = \frac{4}{25}$; 4) $x = \frac{4}{9}$; 5) $x = 0$; 6) $x = 1$;
 7) $x = 25$; 8) $x = 49$. 2. 1) $x > 2$; 2) $x \leq 2$; 3) $x \leq 3$; 4) $x > 2$.
 3. 1) $-4 < x < 4$; 2) $x < -5, x > 5$; 3) $x \leq -3, x \geq 3$; 4) $-2 \leq x \leq 2$.
 4. 1) $x = 12$; 2) $x = 47$; 3) $x = 6,5$; 4) $x = 10\frac{2}{3}$. 5. 1) $x = 6$;
 2) $x = 10$; 3) $x = 2$; 4) $x = -2$. 6. 1) $x = 2$; 2) $x_1 = 7, x_2 = 8$;
 3) $x = 1$; 4) $x = 2$. 7. 1) $x = \frac{1}{3}$; 2) $x = -\frac{2}{3}$; 3) $x = 1$; 4) $x_1 = -1,$
 $x_2 = 7$. 8. 1) $x = 25$; 2) $x = 81$; 3) $x = 4$; 4) $x = 2$. 9. 1) $x < -2,$
 $x > 1\frac{1}{3}$; 2) $-2 \leq x \leq \frac{1}{3}$. 10. 1) $x > -3$; 2) $x < 37$; 3) $x < -2$;

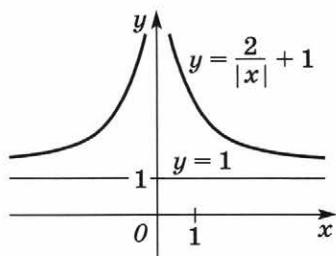


Рис. 71

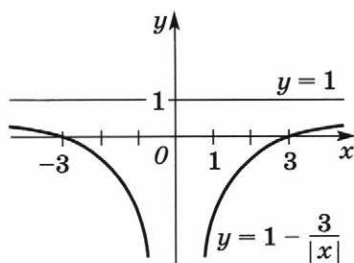


Рис. 72

- 4) $x > -36$. 11. 1) $3 \leq x < 7$; 2) $x > 11$; 3) нет решений; 4) $x \geq 3,5$;
 5) $x > 15$; 6) $-7 < x \leq 2$. 12. 1) $x \leq 1$; 2) $1 < x \leq 2$; 3) $-2 < x < 1$;
 4) $x \geq 1$. 14. 1) 16; 2) 4; 3) 9; 4) 1.

ГЛАВА III

§ 11

1. 1) 6, 10, 20; 2) 7, 13, 21. 2. 1) -2, 3, 8; 2) 8, 11, 14; 3) 4, 10, 18; 4) -1, 0, 3; 5) 9, 27, 81; 6) 10, 20, 40. 3. 1) 1, 7, 17, 31, 49; 2) 0, 4, 18, 48, 100; 3) $\frac{1}{7}$; $\frac{2}{7}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{4}{7}$; $\frac{5}{7}$; 4) 0; $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$; 1; $\frac{4}{3}$.
 4. 1) $a_n = \frac{1}{2^n}$; 2) $a_n = \left(\frac{1}{n}\right)^3$. 5. 1), 2) не является; 3), 4) является.
 6. 1) 21; 2) 6; 3) 12; 4) 11; 5) 7; 6) 3. 7. 1) 2; 2) 6; 30; 210; 2) -1; 3) 1; 2; 1,5. 8. 1) -2; -2; 0; 4; 2) -4; -6; -6; -4; 0; 6.
 9. 1) $a_{10} = 55$; 2) $a_{12} = 144$. 10. $a_1 = 2$, $a_2 = 2$, $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$, $n > 2$.

§ 12

1. 1) 2; $2\frac{1}{2}$; 3; $3\frac{1}{2}$; 4; 2) 4; 1; -2; -5; -8. 2. 1) $5\frac{1}{6}$; 2) -4.
 4. 1) 35; 2) 25; 3) 4; 4) 11. 5. 1) $a_n = \frac{1}{2}n + 4\frac{1}{2}$; 2) $a_n = \frac{7}{3} - \frac{1}{3}n$;
 3) $a_n = \sqrt{2}(2n+1)$; 4) $a_n = \sqrt{3} + 3 - n$. 6. 1) $a_1 = -11$, $d = 4$, является;
 2) $a_1 = -10$, $d = 3$, является. 7. 1) Является; 2) является.
 8. 1) 4; 2) 5. 9. 1) 5; 2) 3. 10. 1) $n = -9$; 2) $n = 15$.
 11. 1) $a_n = 5n + 13$; 2) $a_n = 11 - 7n$. 12. 1) $x = \frac{4}{7}$; 2) $x_1 = 2$,
 $x_2 = -3,5$. 13. 1) $a_1 = 8$, $d = -3$ или $a_1 = 2$, $d = 3$; 2) $a_1 = 5$, $d = -5$
 или $a_1 = -5$, $d = 5$. 14. 1) 34,3 м; 2) 78,4 м. 15. 1) 60; 2) 57.

§ 13

1. 1) $S_{10} = 250$; 2) $S_{16} = 536$; 3) $S_6 = -17,4$; 4) $S_8 = -60$.
 2. 1) 2124; 2) 4895; 3) 10 100; 4) 6873. 3. 1) 195; 2) -585;
 3) 420; 4) -570. 4. 1) 550; 2) 507; 3) $8\frac{1}{3}$; 4) 1,4. 5. 1) 12 558;
 2) 336. 6. 1) 1140; 2) 1545; 3) 3630; 4) 4530. 7. 1) 3400;
 2) -248. 8. 1) $a_6 = 15$, $d = 1,6$; 2) $a_{11} = 27$, $d = 1,5$; 3) $a_{18} = 51\frac{1}{3}$,
 $d = 3$; 4) $a_{10} = -2,1$, $d = -0,2$. 9. 1) 407; 2) 420. 10. 1) $a_1 = -1\frac{1}{4}$,
 $d = 2\frac{3}{8}$; 2) $a_1 = 3$, $d = 2$; 3) $a_1 = -36$, $d = 10,6$; 4) $a_1 = -2,4$,
 $d = 0,2$. 11. 1) 97,5; 2) 115. 12. 1) -90; 2) 7,5. 13. 1) $a_1 = 0,5$,
 $S_{30} = 667,5$; 2) $a_1 = -0,5$, $S_{30} = 1072,5$. 14. 1) -20,3; 2) -12.
 15. 1) 39,2; 2) 18,3. 17. 1) 392; 2) -35. 18. 1) 15; 2) 12.
 19. 1) n^2 ; 2) $n(n+1)$.

§ 14

1. 1) 7; 14; 28; 56; 2) 8; 4; 2; 1; 3) 0,6; 0,2; $\frac{1}{15}$; $\frac{1}{45}$; 4) 12; 36;
 108; 324. 3. 1) 450; 2) $-\frac{3}{16}$; 3) -13,5; 4) $-6\frac{2}{5}$. 4. 1) $b_n = 2^{n+2}$;
 2) $b_n = 18 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$; 3) $b_n = \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$; 4) $b_n = \frac{1}{5} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1}$;
 5) $b_n = (\sqrt{3})^n$; 6) $b_n = 5 \cdot (\sqrt{2})^{n-1}$. 5. 1) 7; 2) 6; 3) 7; 4) 7.
 6. 1) 3 или -3; 2) $\frac{1}{2}$ или $-\frac{1}{2}$; 3) -3; 4) $-\frac{1}{5}$. 7. 1) $q = 3$, $b_1 = 4$;
 2) $q = 2$, $b_1 = 3$; 3) $q = \frac{1}{2}$, $b_1 = 256$; 4) $q = \frac{1}{3}$, $b_1 = -243$.
 8. 1) $b_5 = \frac{1}{24}$, $q = \frac{1}{2}$; 2) $b_5 = \frac{12}{25}$, $q = \frac{1}{5}$. 9. 1) 4; 2) $\frac{1}{12}$; 3) 14;
 4) 18. 10. 1) $b_1 = 3,5$, $q = -2$; 2) $b_1 = 4$, $q = 3$ или $b_1 = 108$, $q = \frac{1}{3}$.
 11. 1) 129792 р.; 2) 54636 р. 35 к. 13. 1) 17, 10,3; 2) 15, 8, 1.

§ 15

1. 1) $8\frac{8}{25}$; 2) 5; 3) $31\frac{1}{2}$; 4) 62; 5) 640; 6) $19\frac{1}{2}$. 2. 1) $93\frac{3}{5}$; 2) $13\frac{1}{3}$.
 3. 1) $\frac{255}{512}$; 2) $\frac{364}{729}$. 4. 1) $b_4 = 54$, $S_5 = 242$; 2) $b_4 = -24$, $S_5 = 33$;
 3) $b_4 = 8$, $S_5 = 124$; 4) $b_4 = -1$, $S_5 = 20\frac{1}{3}$. 5. 1) 1215; 2) 486.
 6. 1) $\frac{3}{64}$; 2) $2,56 \cdot 10^{-5}$. 7. 1) $53\frac{7}{9}$; 2) $195\frac{1}{4}$; 3) 3110; 4) 11.
 8. 1) $q = 2$, $n = 7$; 2) $q = 3$, $n = 5$. 9. 1) 2; 4; 6; 9 или $\frac{35}{4}$; $\frac{25}{4}$; $\frac{15}{4}$;
 $\frac{9}{4}$; 2) 6; 18; 54 или 26; 26; 26.

ГЛАВА IV

§ 16

1. Случайные события: 1), 2), 5), 8), 11), 12), 15), 16), 17), 19), 20); достоверные события: 4), 9), 10); невозможные события: 3), 6), 7), 13), 14), 18). 2. Являются совместными пары событий: 1), 2), 3), 5); не являются совместными пары событий: 4), 6). 3. Равновозможными являются пары событий: 1), 2), 3), 5), 6), 7).

§ 17

1. 1) $\frac{1}{28}$; 2) $\frac{1}{28}$; 3) $\frac{1}{4}$; 4) $\frac{3}{4}$. 2. 1) $\frac{1}{10}$; 2) $\frac{1}{10}$; 3) $\frac{1}{5}$; 4) $\frac{1}{5}$; 5) $\frac{3}{10}$;
 6) $\frac{1}{5}$; 7) $\frac{3}{10}$; 8) $\frac{3}{5}$. 3. 1) $\frac{3}{7}$; 2) $\frac{4}{7}$; 3) 1; 4) 0. 4. 1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{5}{8}$; 3) $\frac{7}{8}$;
 4) $\frac{3}{4}$. 5. 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{7}{15}$; 3) $\frac{13}{15}$; 4) $\frac{3}{5}$. 6. 1) $\frac{199}{200}$; 2) $\frac{1}{200}$. 7. 1) $\frac{1}{2}$;
 2) $\frac{1}{2}$. 8. 1) $\frac{2}{11}$; 2) $\frac{1}{11}$; 3) $\frac{1}{11}$; 4) $\frac{2}{11}$. 9. 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $\frac{2}{5}$; 4) $\frac{11}{20}$;
 5) $\frac{3}{20}$; 6) $\frac{1}{4}$. 10. 1) $\frac{16}{31}$; 2) $\frac{15}{31}$; 3) $\frac{19}{31}$; 4) $\frac{11}{31}$; 5) $\frac{7}{31}$; 6) $\frac{5}{31}$.
 11. 1) $\frac{1}{36}$; 2) $\frac{1}{36}$; 3) $\frac{1}{9}$; 4) $\frac{1}{9}$; 5) $\frac{1}{18}$; 6) $\frac{1}{9}$; 7) $\frac{1}{9}$; 8) $\frac{1}{18}$; 9) $\frac{5}{18}$;
 10) $\frac{1}{9}$. 12. 1) $\frac{3}{8}$; 2) $\frac{1}{8}$; 3) $\frac{1}{8}$; 4) $\frac{3}{8}$.

§ 18

1. 1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{4}$. 2. 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{1}{6}$; 3) $\frac{1}{3}$; 4) $\frac{1}{3}$. 3. 1) $\frac{1}{16}$; 2) $\frac{1}{16}$; 3) $\frac{1}{8}$;
 4) $\frac{1}{8}$; 5) $\frac{1}{2}$; 6) $\frac{1}{2}$; 7) $\frac{1}{16}$; 8) $\frac{1}{16}$; 9) $\frac{1}{8}$; 10) $\frac{1}{8}$; 11) $\frac{1}{8}$; 12) $\frac{1}{8}$; 13) $\frac{3}{16}$;
 14) $\frac{1}{8}$. 4. 1) $\frac{1}{12}$; 2) $\frac{1}{4}$; 3) $\frac{1}{18}$; 4) $\frac{1}{3}$; 5) $\frac{1}{3}$; 6) $\frac{1}{6}$; 7) $\frac{1}{12}$; 8) $\frac{1}{18}$;
 9) $\frac{1}{12}$; 10) $\frac{1}{6}$; 11) 0; 12) $\frac{1}{18}$; 13) $\frac{1}{12}$; 14) $\frac{1}{9}$. 5. 1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{4}$; 3) $\frac{1}{4}$;
 4) $\frac{1}{4}$; 5) $\frac{1}{2}$; 6) $\frac{1}{2}$; 7) $\frac{1}{2}$; 8) $\frac{1}{2}$. 6. 1) $\frac{1}{8}$; 2) $\frac{1}{8}$; 3) $\frac{1}{8}$; 4) $\frac{1}{8}$; 5) $\frac{1}{8}$; 6) $\frac{1}{8}$.
 7. 1) $\frac{1}{24}$; 2) $\frac{1}{24}$; 3) $\frac{1}{12}$; 4) $\frac{1}{12}$. 8. 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{1}{3}$. 9. 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{2}$.
 10. 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{1}{6}$; 3) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{2}{3}$. 11. 1) $\frac{3}{5}$; 2) $\frac{3}{5}$; 3) $\frac{3}{10}$; 4) $\frac{1}{10}$.
 12. 1) $\frac{1}{15}$; 2) $\frac{2}{5}$; 3) $\frac{8}{15}$. 13. 1) $\frac{1}{5}$; 2) $\frac{1}{5}$; 3) $\frac{3}{5}$. 14. 1) $\frac{1}{630}$; 2) $\frac{1}{630}$;
 3) $\frac{1}{105}$; 4) $\frac{1}{105}$. 15. 1) $\frac{1}{25}$; 2) $\frac{3}{50}$; 3) $\frac{3}{50}$; 4) $\frac{1}{25}$.

§ 19

1. 1) Вынута либо семёрка, либо дама тref; $\frac{5}{36}$; 2) вынут либо пи-
 ковый валет, либо восьмёрка; $\frac{1}{12}$. 2. 1) $\frac{1}{18}$; 2) $\frac{1}{12}$. 3. 1) AB, \overline{AB} ;
 2) $\overline{CD}, \overline{CD}$. 4. 1) 0,14; 2) 0,09. 5. 1) а) $\frac{1}{8}$; б) $\frac{7}{8}$; в) $\frac{1}{2}$; г) $\frac{1}{4}$. 2) а) $\frac{1}{12}$;
 б) $\frac{11}{12}$; в) $\frac{1}{3}$; г) $\frac{1}{6}$. 6. 1) а) $\frac{5}{8}$; б) $\frac{1}{2}$; 2) а) $\frac{11}{15}$; б) $\frac{2}{3}$. 7. 1) а) $\frac{1}{12}$; б) $\frac{11}{12}$;
 в) $\frac{35}{36}$; 2) а) $\frac{1}{18}$; б) $\frac{17}{18}$; в) $\frac{11}{12}$. 8. 1) 0,63; 0,03; 0,27; 2) 0,64; 0,04;
 0,16. 9. 1) $\frac{1}{6}$; $\frac{5}{12}$; 2) $\frac{1}{6}$; $\frac{5}{9}$. 10. 1) 0,49; 0,21; 0,51; 0,42; 2) $\frac{25}{64}$; $\frac{15}{64}$;
 $\frac{39}{64}$; $\frac{15}{32}$. 11. 1) $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{162}$; $\frac{85}{162}$; $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{162}$; $\frac{32}{81}$; $\frac{5}{48}$. 12. 1) а) 0,343;
 б) 0,441; в) 0,189; 2) а) 0,001; б) 0,027; в) 0,243. 13. 1) а) 0,2916;
 б) 0,0486; в) 0,0036; 2) а) 0,0036; б) 0,0486; в) 0,2916.

§ 20

1. 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{1}{8}$. 2. 1) $\frac{5}{9}$; 2) $\frac{2}{3}$. 3. 1) $\frac{51}{100}$; 2) $\frac{73}{150}$; 3) $\frac{17}{100}$; 4) $\frac{14}{75}$;
 5) $\frac{4}{5}$; 6) $\frac{13}{15}$. 4. 1) $\frac{11}{20}$ — орёл, $\frac{9}{20}$ — решка; 2) $\frac{7}{15}$ — орёл,
 $\frac{8}{15}$ — решка. 5. 1) $\frac{17}{90}$; $\frac{7}{45}$; $\frac{11}{60}$; $\frac{13}{90}$; $\frac{3}{20}$; $\frac{8}{45}$; 2) $\frac{11}{75}$; $\frac{12}{75}$; $\frac{9}{50}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{23}{150}$;
 $\frac{29}{150}$. 6. 1) 31; 27; 34; 38; 39; 33; 2) 34; 36; 31; 33; 39; 29.
 7. 1) 0,4; 0,44; 0,47; 0,48; 0,484; $P \approx 0,48$; 2) 0,9; 0,88; 0,84;
 0,864; 0,862; $P \approx 0,86$. 8. 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{1}{4}$; 3) $\frac{3}{8}$; 4) $\frac{5}{6}$. 9. 1) 750;
 2) 800. 10. 1) $\frac{n(m-k)}{k}$; 2) $\frac{a(b-c)}{c}$.

ГЛАВА V

§ 21

2. 1) Не могла, так как $\Sigma W \neq 1$; 2) могла, так как $\Sigma W = 1$.
 3. 1) 0,45; 2) 0,35.

4. 1)

X	1	2
P	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{6}$

2)

X	1	2
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

3)

X	1	2	3
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

4)

X	1	2	3
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$

5)

X	1	2	3
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

6)

X	1	2	3
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

5. 1)

X	1	2	3
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

2)

X	1	2	3
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

6. 1) 70 монет;

<i>M</i>	12	15	20	18	5
<i>W</i>	$\frac{6}{35}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{9}{35}$	$\frac{1}{14}$

2) 60 карточек;

<i>M</i>	7	11	19	13	10
<i>W</i>	$\frac{7}{60}$	$\frac{11}{60}$	$\frac{19}{60}$	$\frac{13}{60}$	$\frac{1}{6}$

7. 1)

<i>X</i>	14	15	16
<i>M</i>	3	11	3

2)

<i>X</i>	14	15	16	17
<i>M</i>	3	9	3	1

8. 1)

<i>Y</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<i>M</i>	7	5	3	3	6	6	2	2	2	4

2)

<i>Y</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<i>M</i>	6	4	7	6	3	2	2	4	4	2

9. 1)

<i>X</i>	40	42	44	46	48	50	52
<i>M</i>	1	3	5	4	4	2	1
<i>W</i>	$\frac{1}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{20}$

2)

<i>X</i>	40	42	44	46	48	50
<i>M</i>	1	1	5	6	4	3
<i>W</i>	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{20}$

10. 1) 940 билетов; $\frac{98}{235}, \frac{173}{470}, \frac{167}{940}, \frac{33}{940}, \frac{1}{470}, 0$; 2) 970 билетов;

$\frac{224}{485}, \frac{198}{485}, \frac{103}{970}, \frac{11}{485}, 0$.

§ 22

1. 1) Рис. 73. 2. Рис. 74.

3. 1)

X	6	7	8	9	10
W	0,1	0,3	0,4	0,1	0,1

2)

X	10	11	12	13	14
W	0,1	0,2	0,2	0,3	0,2

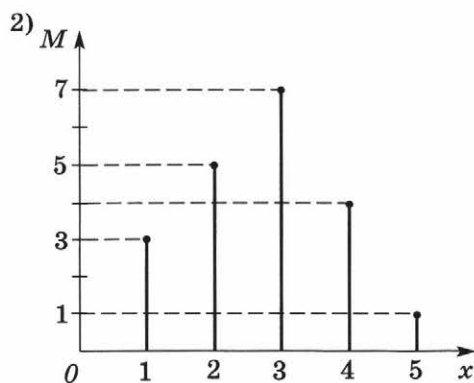
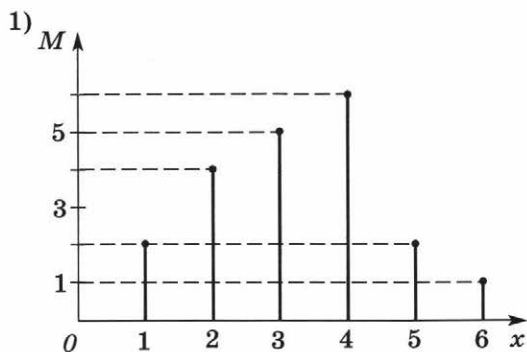


Рис. 73

4. 1) Отличных оценок поровну, оценок «4» и «5» больше в 9А, неудовлетворительных оценок поровну.

Оценка	1	2	3	4	5
Число учащихся 9А	1	2	6	8	3
Число учащихся 9Б	0	3	10	4	3

2) Отличных оценок поровну, оценок «4» и «5» больше в 9А, неудовлетворительных оценок больше в 9Б.

Оценка	1	2	3	4	5
Число учащихся 9А	0	2	8	8	2
Число учащихся 9Б	1	4	10	3	2

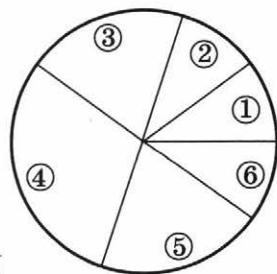
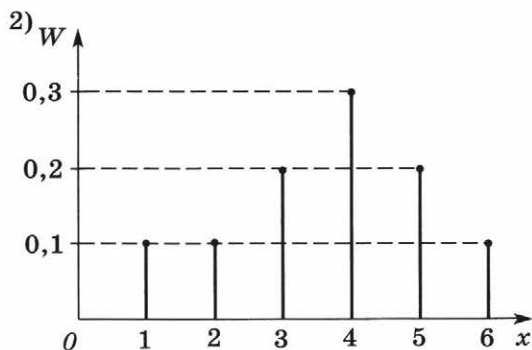
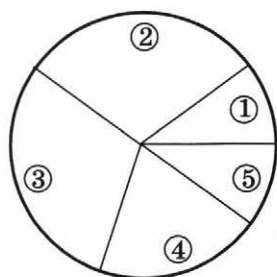
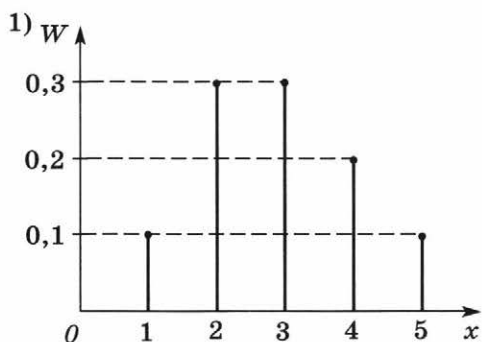


Рис. 74

5. Рис. 75.

7. 1)

Класс	до 99%	от 100 до 109%	от 110 до 119%	от 120% и выше
<i>M</i>	9	11	7	3

2)

Класс	до 99%	от 100 до 109%	от 110 до 119%	от 120% и выше
<i>M</i>	7	10	6	2

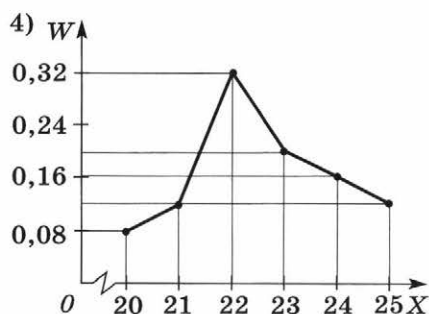
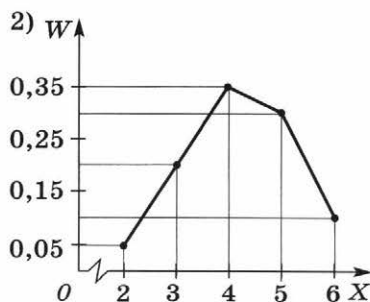
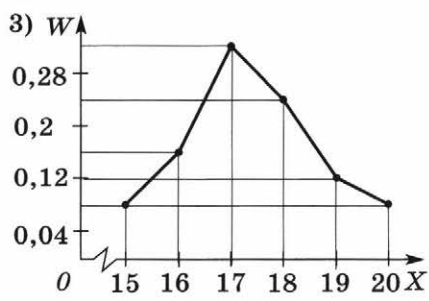
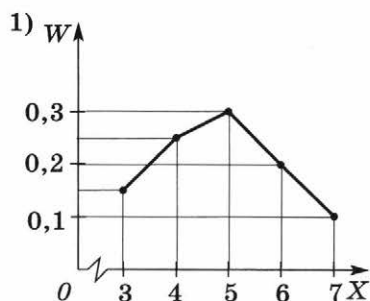


Рис. 75

8. Рис. 76.

1)

Класс	от 0 до 9 лет	от 10 до 19 лет	от 20 до 29 лет	от 30 до 39 лет	от 40 до 49 лет	от 50 до 59 лет	от 60 до 69 лет	от 70 до 79 лет
Номер класса	1	2	3	4	5	6	7	8
<i>M</i>	6	5	5	8	8	2	4	4

2)

Класс	от 0 до 9 лет	от 10 до 19 лет	от 20 до 29 лет	от 30 до 39 лет	от 40 до 49 лет	от 50 до 59 лет	от 60 до 69 лет	от 70 до 79 лет
Номер класса	1	2	3	4	5	6	7	8
<i>M</i>	7	6	5	9	5	3	2	3

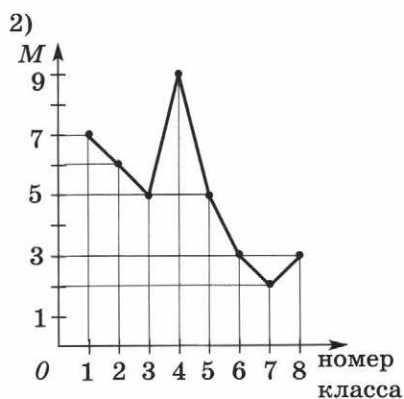
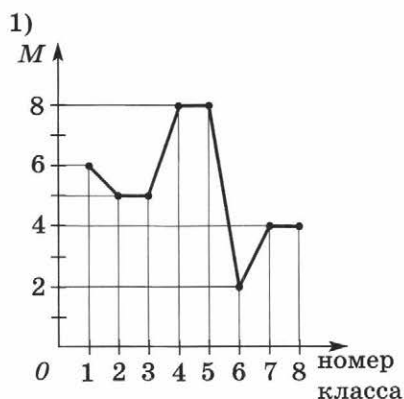


Рис. 76

10. 1) Обратная корреляция; 2) прямая корреляция.

§ 23

1. 1) 310, 70, 35, 10; 2) 720, 280, 900, 160. 2. 1) *г* или *ь*; *в*; *н* или *т*; *с*; 2) *д*; *ш* или *ю*; *п*; *з* или *ы*. 3. 1) 270, 450, 840, 690, 540, 210; 2) 630, 1050, 1960, 1610, 1260, 490. 4. 1) 16, 32, 64, 112, 128, 160, 128, 80, 48, 32; 2) 12, 24, 48, 84, 96, 120, 96, 60, 36, 24. 5. См. таблицу.

Вид продукции	Районы				
	1	2	3	4	5
Мясные изделия (т)	17864	7308	6496	11774	14558
Молочные изделия (т)	16836	127002	123708	31110	67344
Зерновые изделия (т)	121095	20700	48990	59340	94875

§ 24

1. 1) 3; 3; 2) 1; 2; 3) -5 и -3; -3; 4) -3; 0; 5) 10; 9,5; 6) 16; 14;
 5. 2. 1) 2 и 8; 2; 2) 0 и 7; 3; 3) -3 и 5; 2; 4) -1 и 3; 2,5. 3. 1) 6;
 6; рис. 77 (1); 2) 3; 2; рис. 77 (2); 3) 3 и 4; 3,5; рис. 77 (3); 4) 3;
 3; рис. 77 (4). 4. 1) $-\frac{1}{6}$; 2) -0,4; 3) -0,8; 4) $\frac{2}{3}$. 5. 1) $\frac{7}{8}$; 2) -0,4;

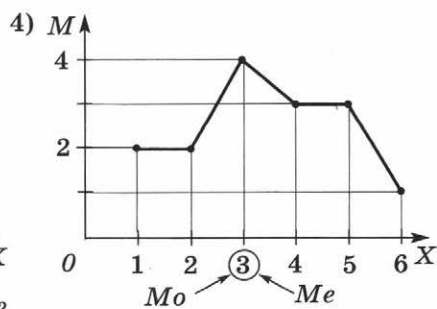
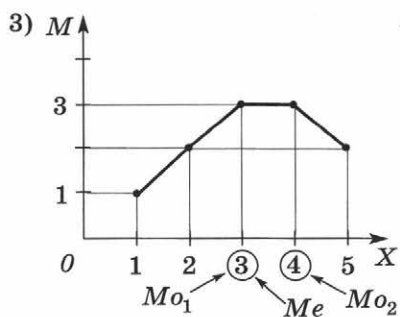
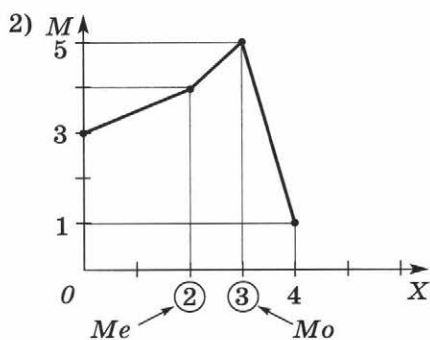
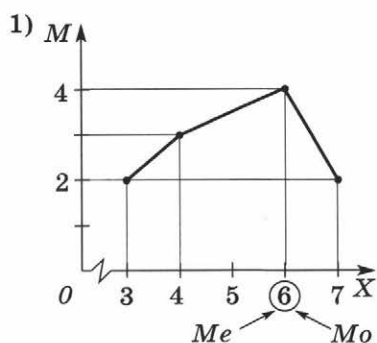


Рис. 77

- 3) $-\frac{1}{6}$; 4) $\frac{1}{2}$. 6. 1) 10; 2) 10. 7. 1) 13,195; 13,2; ртуть;
 2) 13,205; 13,215; ртуть. 8. 1) $27\frac{5}{12}$; 18 и 28; 28; 2) 30,6; 32;
 32. 9. 1) Примерно 2,4; 2) примерно 1,9.

§ 25

1. 1) 23; 2) 15. 2. 1) 5; 2) 5. 3. 1) -3; 0; 2; 1; 2) -3; -2; 3; 2. 1) По строчкам: -1 и 1, 2 и 4, 1 и 1, 0 и 0, -2 и 4; 2) по строчкам: -1 и 1, -2 и 4, 1 и 1, 0 и 0, 2 и 4. 5. 1) 2; 2) 2. 6. 1) $6,5 \text{ г}^2$; 2) $3,5 \text{ см}^2$.
 7. 1) 1,6; 2) 1,2. 8. 1) 2,5 г; 1,3; 2) 1,9 см; 1,1. 9. 1) $\sigma_x = 3$; $\sigma_y \approx 1,4$; $\sigma_x > \sigma_y$ — второй работает более стабильно; 2) $\sigma_x \approx 1,4$; $\sigma_y \approx 2,2$; $\sigma_x < \sigma_y$ — второй работает более стабильно.

ГЛАВА VI

§ 26

2. 2), 3), 5) верно; 1), 4), 6) неверно. 3. 1) Верно, что $1 \in A$, $3 \in A$, $8 \in A$; неверно, что $5 \in A$; 2) верно, что $36 \in B$, $18 \in B$, $12 \in B$; неверно, что $14 \in B$. 4. 1) 4; 5; 6; 7; 2) 1; 2; 3; 3) -3; -2; -1; 0; 1; 4) -2; -1; 0; 1; 2; 5) 3; 4; 5; 6) 1; 2; 3; 4; 7) -1; 8) 2.
 5. 1) {3}; 2) {6; 10}; 3) {-1; 2}; 4) {-3; 4}. 6. 1) {1; 3} и {0; 4}; 2) {3; 4} и {1; 5}; 3) {-3; 1} и {-1; 2}; 4) {-2; 0} и {5; 6}.
 7. 1) $\left\{\frac{1}{3}; \frac{1}{4}\right\}$ и $\left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}\right\}$; 2) $\left\{\frac{1}{6}\right\}$ и $\left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}; \frac{1}{8}; \frac{1}{10}\right\}$; 3) {-6; -1} и {-6; -3; -1; 2; -4; 3}; 4) {-1; 4} и {-5; -1; 3; 4; 2; 5}; 5) \emptyset и {-15; -12; 3; 4; 12; 15}; 6) \emptyset и {-6; -1; 2; -3; 3; 6}. 8. 1) [1; 7] и [3; 6]; 2) [3; 9] и [5; 8]; 3) [-5; 20] и {17}; 4) [9; 11] \cup [13; 19] и \emptyset ; 5) [-8; -4] \cup [-2; 3] и \emptyset ; 6) [-13; 28] и {21}. 9. 1) {-4} и {-4; 5}; 2) {3} и {3; -6}; 3) {3} и {-1; 3; -2}; 4) {-2} и {-2; -3; 1}; 5) \emptyset и {-5; 1; -1; 2}; 6) \emptyset и {-4; 2; -3; 3}; 7) {-2; 1,5} и {0; 1; -2; 1,5; 2}; 8) {3; -1,25} и {3; -1,25; -2; 0; -6}.
 10. 1) {1; 3; 5; 15}; 2) {1; 2; 3; 6; 9; 18}; 3) {1; 2; 3; 6; 9; 18}; 4) {1; 2; 7; 14}. 11. 1) [-1; 1] и {-5; 3}; 2) [2; 4] и {-6; 4}; 3) {-4} и \mathbf{R} ; 4) {5} и \mathbf{R} . 12. 1) {-3; 1} и {-5; -3; -1; 0; 1; 3; 2; -7; 4}; 2) {-2; 4} и {-4; -2; 0; 2; 4; 6; -5; 7; 8}; 3) [-1; 1] и [-5; 3]; 4) [-4; 2] и [-7; 5]. 13. 1) Имеющие два корня; имеющие один корень; не имеющие корней; 2) имеющие один корень; не имеющие корней; имеющие бесконечно много корней; 3) остроугольные, прямоугольные; тупоугольные; 4) нет равных сторон (разносторонние); все стороны равны (равносторонние); одна пара

равных сторон (равнобедренные, не являющиеся равносторонними); 5) дающие в остатке 0; 1; 2; 3; 6) дающие в остатке 0; 1; 2. 15. 1) 64; 2) 32. 16. 1) \emptyset , $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$, $\{a; b\}$, $\{a; c\}$, $\{b; c\}$, $\{a, b, c\}$; 2) \emptyset , $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{1; 2\}$, $\{1; 3\}$, $\{2; 3\}$, $\{1; 2; 3\}$.

§ 27

1. 1), 2), 3), 4), 6), 7), 9), 12) истинные; 5), 8), 10), 11) ложные. 2. 1) $18 = 18$; 2) $23 = 40$; 3) $6 \neq 16$; 4) $12 \neq 12$; 5) $25 \leq 17$; 6) $19 > 25$; 7) $33 < 20$; 8) $15 \geq 21$; 9) любое целое число не является рациональным *или* не любое целое число является рациональным; 10) любой квадрат не является прямоугольником *или* не любой квадрат является прямоугольником; 11) каждый треугольник является многоугольником; 12) суша не занимает большую часть поверхности Земли *или* суша занимает не большую часть поверхности Земли. Из высказываний v истинные: 2), 4), 5), 6), 7), 8), 9), 10); ложные: 1), 3), 11), 12). 3. 1) $\{1; 2; 3; 6; 9; 18\}$; 2) $\{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24\}$; 3) $\{1; 2; 3\}$; 4) $\{-2; -1; 0; 1\}$; 5) $\{-3\}$; 6) $\{4\}$. 4. 1) $x \neq 5$; 2) $x \geq 3$; 3) $x > -10$; 4) $x < -7$; 5) $x \in [-4; 0]$; 6) $x \in (-\infty; -6) \cup [9; +\infty)$; 7) $x \in (-\infty; 14] \cup (20; +\infty)$; 8) $x \in (-13; 2]$. 5. 4), 5) истинные; 1), 2), 3), 6), 7), 8) ложные. 6. 2), 3), 4), 5), 6), 7), 8) истинные; 1) ложное. 7. Обратные теоремы: 1) если число делится на 5, то последняя цифра этого числа равна 0; 2) если число делится на 9, то сумма его цифр делится на 9; 3) если квадратный трёхчлен можно представить в виде $a(x - x_1)(x - x_2)$, то числа x_1 и x_2 — корни этого трёхчлена; 4) если $P(x) = (x - x_0) \cdot Q(x)$, где $Q(x)$ — многочлен степени $n - 1$, то x_0 — корень многочлена $P(x)$ и степень многочлена $P(x)$ равна n ; 5) если суммы длин противоположных сторон четырёхугольника равны, то в него можно вписать окружность; 6) если центр описанной около треугольника окружности лежит в середине его стороны, то этот треугольник прямоугольный и эта сторона — его гипотенуза; 7) если диагонали четырёхугольника равны, то это прямоугольник; 8) если диагонали четырёхугольника взаимно перпендикулярны, то это ромб. 8. 1) 3; 2) 5; 3) $2 + 3 + 4 = 9$; 4) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$; 5) биссектриса угла треугольника со сторонами 3; 4; 5; 6) параллелограмм, не являющийся прямоугольником; 7) в слове *алгебра* первый слог оканчивается согласной буквой; 8) ртуть — жидкий металл. 9. 1), 2), 3), 4) необходимо; 5), 6) необходимо и достаточно; 7), 8) достаточно. 10. 1) $a(x) \vee b(x)$, $p(x) \wedge q(x)$, $\overline{p(x)}$ или

$\neg p(x)$; 2) $c(x) \wedge d(x)$, $\overline{q(x)}$ или $\neg q(x)$, $q(x) \vee p(x)$. 11. 1) «Треугольник x прямоугольный и равнобедренный», «Треугольник x либо прямоугольный, либо равнобедренный»; 2) Число x чётное и делится на 3», «Число x является либо чётным, либо кратным 3».

§ 28

1. 1) Первое; 2) второе; 3) первое; 4) второе. 2. 1) Является; 2) не является; 3) не является; 4) является. 3. 1) Второе; 2) первое; 3) первое; 4) первое. 4. 1), 2), 3) равносильны; 4) не равносильны. 5. 1) Равносильны; 2) равносильны. 6. 1), 2) Не равносильны; 3), 4) равносильны. 7. 1) $a = 1,5$; 2) $a = -42$; 3) $a = -0,8$; 4) $a = 3$; 5) $a = \frac{5}{12}$; 6) $a = \frac{4}{17}$. 8. 1) $a = 5$, $b = 3$; 2) $a = 1$, $b = 4$. 9. 1) $x \geq 1,2$; 2) $x > 1$; 3) $x > 5$; 4) $x \geq 1$.

§ 29

1. 1) 5; 2) 5; 3) $\sqrt{29}$; 4) 5; 5) $5\sqrt{2}$; 6) $\sqrt{101}$. 2. 1) $x^2 + y^2 = 225$; 2) $x^2 + y^2 = 196$; 3) $x^2 + y^2 = 90$; 4) $x^2 + y^2 = 112$. 3. 1) A и C ; 2) B и D . 4. 1) $x^2 + (y - 4)^2 = 2,25$; 2) $(x + 5)^2 + y^2 = 1,44$; 3) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 36$; 4) $(x - 7)^2 + (y + 1)^2 = 16$; 5) $(x + \sqrt{2})^2 + (y + 5)^2 = 100$; 6) $(x + 3)^2 + (y + \sqrt{6})^2 = 81$. 5. 1) $(0; -7)$ и $(0; 1)$, $(-1; 0)$ и $(-1; -6)$; 2) $(-1; -2)$ и $(-1; 14)$, $(13; 0)$ и $(13; 12)$. 6. 1) $(1; -4)$ и $(-9; -4)$, $(8; 3)$ и $(-16; 3)$; 2) $(-6; 4)$ и $(18; 4)$, $(-3; 7)$ и $(15; 7)$. 7. 1) $(4,5; -1)$; 2) $(2,5; 3)$; 3) $(6; 3)$; 4) $(1; 3)$. 8. 1) — 4) окружности. 9. 1) $(x + 5)^2 + (y - 4)^2 = 52$; 2) $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 106$; 3) $(x + 3)^2 + (y + 4)^2 = 106$; 4) $(x - 1)^2 + (y - 7)^2 = 17$. 10. 1) $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 65$; 2) $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 68$; 3) $(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 29$; 4) $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 100$. 11. 1) $(0; 2)$; 2) $(0; -5)$. 12. 1) $(-17; 0)$; 2) $(-3,8; 0)$.

§ 30

1. 1) $2x + 5y = 0$; 2) $4x + 3y = 0$; 3) $6x + y = 0$; 4) $4x + y = 0$. 2. 1) $5x - 3y = 15$; 2) $2x - y = -4$; 3) $x + 8y = 2$; 4) $-x + 8y = 3$; 5) $2x - 3y = 7$; 6) $-3x + 7y = 11$; 7) $2x + 10y = 11$; 8) $2x + 6y = 1$. 3. 1) $x = 4$ и $y = -8$; 2) $x = -3$ и $y = 7$; 3) $x = -1$ и $y = -5$; 4) $x = -2$ и $y = -4$. 4. 1) 5; 2) -3; 3) -12; 4) 25. 5. 1), 4) пересекаются; 2), 5) совпадают; 3), 6) параллельны. 6. 1) $(-2; -7)$; 2) $(-1; 5)$; 3) $(3; 4)$; 4) $(4; 2)$. 7. 1) $\left(-\frac{3}{7}; 0\right)$ и

$(0; 1,5)$; 2) $\left(\frac{1}{8}; 0\right)$ и $\left(0; -\frac{1}{5}\right)$; 3) $\left(\frac{5}{6}; 0\right)$ и $\left(0; -\frac{5}{12}\right)$; 4) $\left(-\frac{1}{7}; 0\right)$ и $\left(0; \frac{2}{7}\right)$. 8. 1) $-\frac{8}{3}$; 2) $-3,5$; 3) $\frac{1}{5}$; 4) $-\frac{2}{7}$. 9. 1) $a = 2,4$, $b = 0,4$; 2) $a = -\frac{1}{3}$, $b = \frac{1}{2}$. 10. 1) $-4x + y = 6$; 2) $x - 7y = 3$. 11. 1) $x + y = 2$; 2) $-x + y = 4$. 12. 1) Не являются; 2) являются; 3) являются; 4) не являются. 13. 1) $y = -\frac{1}{4}x - 1\frac{3}{4}$; 2) $y = -\frac{1}{2}x + 4$.

§ 31

1. 1) Точка $(-3; 5)$; 2) точка $(4; -5)$. 2. 1) Точка $(-6; -1)$; 2) точка $(-3; 4)$; 3) точки $(-4; 3)$ и $(3; -4)$; 4) точки $(0; -3)$ и $(3; 0)$; 5) точки $(0; 1)$ и $(1; 0)$; 6) точки $(-2; 0)$ и $(0; 2)$; 7) точка с координатами $x \approx 1,2$, $y \approx 1,7$; 8) две точки с координатами $x_1 \approx -0,7$, $y_1 \approx 0,5$ и $x_2 \approx 1,2$, $y_2 \approx 1,5$. 3. 1) Окружность с центром в точке $(3; -1)$ радиуса 2; 2) окружность с центром в точке $(-2; 2)$ радиуса 3; 3) прямые $x - 6y = 0$ и $x + 6y = 0$; 4) прямые $3x - 4y = 0$ и $3x + 4y = 0$; 5) прямые $x - y = 0$ и $x = -4$; 6) прямые $x + y = 0$ и $y = 3$; 7) прямые $x = 1$, $x = -2$ и $y = 3$; 8) прямые $x = 1$, $y = 1$ и $y = -2$. 4. Рис. 78 (с. 119). 5. Рис. 79 (с. 120). 6. Рис. 80 (с. 121). 7. Рис. 81 (с. 122). 8. 1) 13; 2) 15. 9. 1) 12 изделий вида V_1 и 18 изделий вида V_2 ; 2) 24 стола и 14 шкафов.

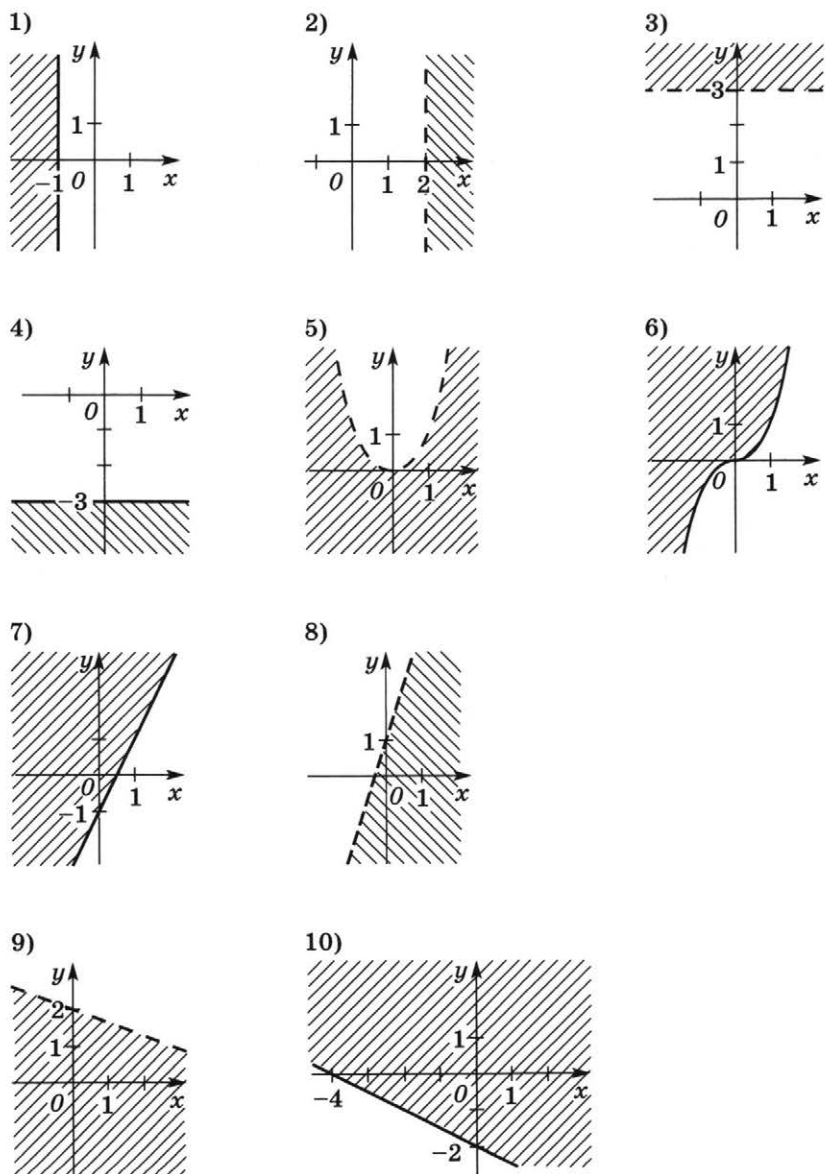
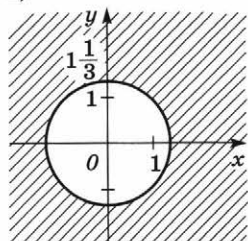
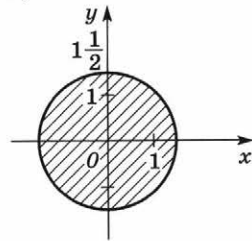


Рис. 78

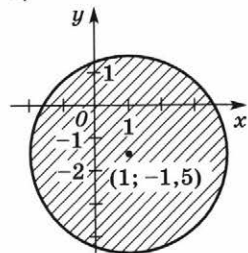
1)



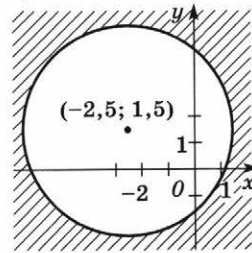
2)



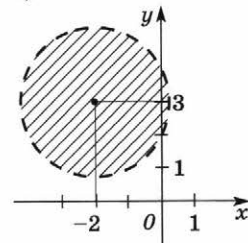
3)



4)



5)



6)

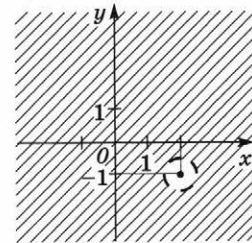


Рис. 79

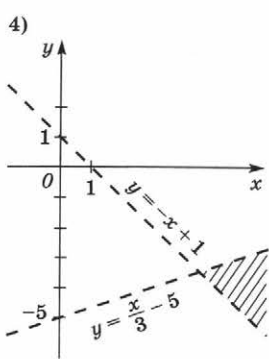
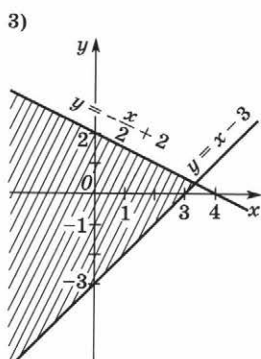
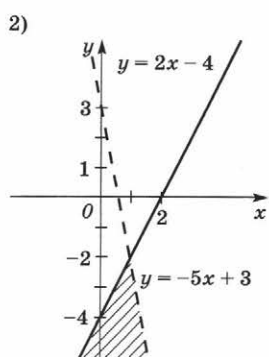
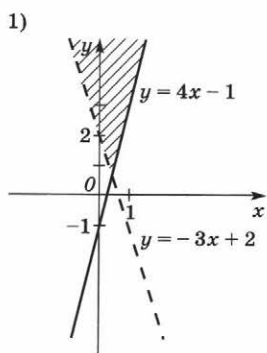


Рис. 80

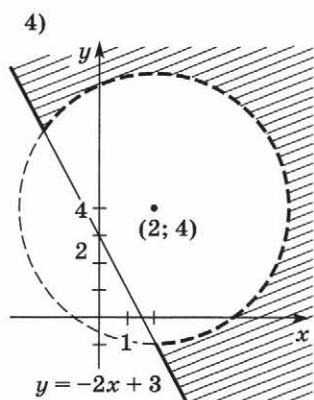
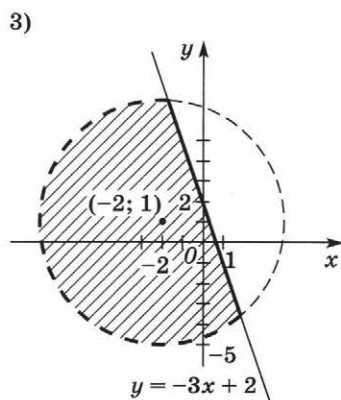
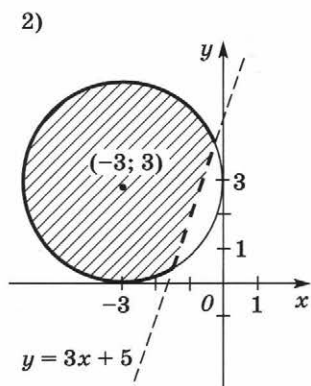
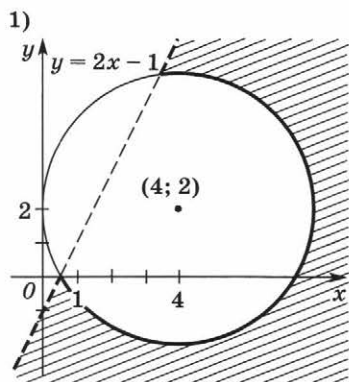


Рис. 81

Предисловие	3
ГЛАВА I. Степень с рациональным показателем	
§ 1. Степень с целым показателем	—
§ 2. Арифметический корень натуральной степени	7
§ 3. Свойства арифметического корня	9
§ 4. Степень с рациональным показателем	12
§ 5. Возведение в степень числового неравенства.	15
Контрольная работа № 1	17
ГЛАВА II. Степенная функция	
§ 6. Область определения функции	—
§ 7. Возрастание и убывание функции	21
§ 8. Чётность и нечётность функции	23
§ 9. Функция $y = \frac{k}{x}$	26
§ 10. Неравенства и уравнения, содержащие степень	27
Контрольная работа № 2	29
ГЛАВА III. Прогрессии	
§ 11. Числовая последовательность	—
§ 12. Арифметическая прогрессия.	32
§ 13. Сумма n первых членов арифметической прогрессии	34
§ 14. Геометрическая прогрессия	37
§ 15. Сумма n первых членов геометрической прогрессии	39
Контрольная работа № 3	41
ГЛАВА IV. Случайные события	
§ 16. События.	—
§ 17. Вероятность события	46
§ 18. Решение вероятностных задач с помощью комбинаторики	48

§ 19. Сложение и умножение вероятностей	51
§ 20. Относительная частота и закон больших чисел	55
Контрольная работа № 4	59
ГЛАВА V. Случайные величины	60
§ 21. Таблицы распределения	—
§ 22. Полигоны частот	63
§ 23. Генеральная совокупность и выборка	67
§ 24. Центральные тенденции	68
§ 25. Меры разброса	70
Контрольная работа № 5	73
ГЛАВА VI. Множества. Логика	74
§ 26. Множества	—
§ 27. Высказывания. Теоремы	77
§ 28. Следование и равносильность	80
§ 29. Уравнение окружности	82
§ 30. Уравнение прямой	84
§ 31. Множества точек на координатной плоскости	89
Контрольная работа № 6	89
Ответы	90



ISBN 978-5-09-000000-0

Учебное издание
Ткачёва Мария Владимировна
Фёдорова Надежда Евгеньевна
Шабунин Михаил Иванович

АЛГЕБРА

Дидактические материалы

9 класс

Учебное пособие
для общеобразовательных организаций

Центр естественно-математического образования
Редакция математики и информатики
Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*
Редакторы *Н. Н. Сорокина, И. В. Рекман*
Младший редактор *Е. А. Андреевкова*
Художник *Н. А. Артемьева*
Художественный редактор *О. П. Богомолова*
Компьютерная вёрстка и техническое редактирование
Е. А. Васильевой, Н. В. Лукиной
Корректор *Е. В. Павлова*

Налоговый классификатор льготы — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать 09.02.16. Формат 60×90¹/₁₆. Бумага офсетная. Гарнитура Школьная. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 4,28. Доп. тираж 800 экз. Заказ №2631-16.

Акционерное общество «Издательство «Просвещение».
127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано в АО «Кострома».
156010, г. Кострома, ул. Самоковская, д. 10