ЕГЭ

Под редакцией
Ф.Ф. Лысенко,
С.Ю. Кулабухова

готовимся к ЕГЭ

МАТЕМАТИКА

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

ПОДГОТОВКА К ЕГЭ-2014

ЛЕГИОН

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС
«МАТЕМАТИКА. ПОДГОТОВКА К ЕГЭ»

Учебные пособия издательства «Легион» допущены к использованию в образовательном процессе приказом Минобрнауки России № 729 от 14.12.2009

Учебно-методический комплекс «Математика. Подготовка к ЕГЭ»

Под редакцией Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова

МАТЕМАТИКА
ПОДГОТОВКА К ЕГЭ-2014
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Учебно-методическое пособие

ЛЕГИОН
Ростов-на-Дону
2013

ББК 22.1
К 65

Рецензенты:
Л. С. Ольховая — учитель высшей категории
Е. А. Войта — аспирант кафедры алгебры и дискретной математики Южного федерального университета

Иванов С. О., Коннова Е. Г., Ханин Д. И.

К 65 Математика. Подготовка к ЕГЭ-2014. Теория вероятностей / С. О. Иванов, Е. Г. Коннова, Д. И. Ханин; под ред. Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова. — Ростов-на-Дону: Легион, 2013. — 64 с. — (Готовимся к ЕГЭ).

ISBN 978-5-9966-0407-4

Пособие предназначено для формирования устойчивых навыков в решении задач по теории вероятностей. Представленный материал охватывает все темы заданий по теории вероятностей из открытого банка ЕГЭ, имеющиеся на момент выпуска книги.

Книга разделена на 3 модуля в соответствии со степенью трудности предлагаемых задач. Каждый модуль содержит диагностическую работу, теоретический материал, задачи с разобранными решениями, варианты для самостоятельной работы.

Пособие является частью **учебно-методического комплекса «Математика. Подготовка к ЕГЭ»**, включающего такие книги, как «Математика. ЕГЭ-2014. Учебно-тренировочные тесты», «Математика. Повышенный уровень ЕГЭ-2014 (С1, С3). Тематические тесты. Уравнения, неравенства, системы» и др.

ББК 22.1

ISBN 978-5-9966-0407-4

Оглавление

От авторов

Книга «Математика. Подготовка к ЕГЭ-2014. Теория вероятностей» входит в **учебно-методический комплекс «Математика. Подготовка к ЕГЭ»**, выпускаемый издательством «Легион». Пособие адресовано учащимся выпускных классов общеобразовательных учреждений и учителям. Книга будет полезна всем учащимся: как претендующим на высокий экзаменационный балл, так и желающим только преодолеть минимальный порог.

Материал в книге разбит на 3 модуля в соответствии со степенью трудности задач: простые, средней трудности, трудные. При этом все предлагаемые задания относятся к базовому уровню сложности, аналогичны заданиям открытого банка* и могут встретиться на ЕГЭ.

Каждый модуль содержит:

- диагностическую работу;
- необходимые теоретические сведения;
- задачи с подробно разобранными решениями;
- варианты для самостоятельной работы.

Каждый вариант мы рекомендуем выполнять в течение 30 – 40 минут, а затем проверить правильность решения с по-

*См. сайт http://mathege.ru

мощью ответов, приведённых в конце пособия. Если ответы не совпадут, попробуйте ещё раз решить задачу, а при необходимости найдите подобную среди разобранных примеров.

Замечания и предложения, касающиеся данной книги, можно прислать почтой или на электронный адрес: `legionrus@legionrus.com`.

Следите за дополнениями и методическими рекомендациями на сайте издательства `http://legionr.ru` в связи с возможными изменениями спецификаций экзаменационных работ, разрабатываемых ФИПИ (доступ к материалам свободный).

Обсудить пособие, оставить отзыв можно на форуме издательства: `http://forum.legionr.ru`.

Желаем успехов на экзамене!

Модуль 1. Простые задачи

В этом модуле рассматриваются задачи, для решения которых достаточно применения определения вероятности. Иногда здесь мы будем применять также формулу для вычисления вероятности противоположного события. Хотя без этой формулы здесь можно обойтись, она всё равно понадобится при решении задач следующих модулей.

Диагностическая работа

1. На стоянке 56 автомобилей, из них в 42-х есть кондиционер. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на стоянке автомобиле есть кондиционер.

2. В среднем из 1000 садовых шлангов, поступивших в продажу, 16 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля шланг не подтекает.

3. Фабрика выпускает рюкзаки. В среднем на 100 качественных рюкзаков приходится восемнадцать рюкзаков со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленный рюкзак окажется качественным. Результат округлите до сотых.

4. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что в первый раз выпадет орёл, во второй и третий — решка.

5. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.

6. На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет нечётной и меньшей 8?

7. На экзамене участников рассаживают по семи аудиториям. В первых шести по 15 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию на другом этаже. При подсчёте выяснилось, что всего было 100 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал экзаменационную работу в запасной аудитории.

Теоретическая часть

Случайным называют событие, которое может произойти или не произойти (заранее предсказать невозможно) во время наблюдения или испытания.

Пусть при проведении испытания (бросание монеты или кубика, вытягивание экзаменационного билета и т. д.) возможны n равновозможных исходов. Например, при подбрасывании монеты число всех исходов n равно 2, так как кроме выпадения «решки» или «орла» других исходов быть не может. При броске игрального кубика возможны 6 исходов, так как на верхней грани кубика равновозможно появление любого из чисел от 1 до 6. Пусть также некоторому событию A благоприятствуют m исходов.

Вероятностью события A называется отношение числа благоприятных для этого события исходов к общему числу равновозможных исходов*. Пишем $P(A) = \dfrac{m}{n}$.

Например, пусть событие A состоит в выпадении нечётного числа очков при бросании кубика. Всего возможны 6 исходов: выпадение на верхней грани кубика 1, 2, 3, 4, 5, 6. При этом благоприятными для события A являются исходы с выпадением 1, 3, 5. Таким образом, $P(A) = \dfrac{3}{6} = 0{,}5$.

Заметим, что всегда выполняется двойное неравенство $0 \leqslant m \leqslant n$, поэтому вероятность любого события A лежит на отрезке $[0; 1]$, то есть $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$. Если у вас в ответе вероятность получается больше единицы, значит, вы где-то ошиблись и решение нужно перепроверить.

События A и B называются **противоположными** друг другу, если любой исход благоприятен ровно для одного из них. Например, при бросании кубика событие «выпало нечётное число» является противоположным событию «выпало чётное число».

Событие, противоположное событию A, обозначают $\overline{A}$. Из определения противоположных событий следует
$P(A) + P(\overline{A}) = 1$, значит, $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.

---

*Это так называемое *классическое* определение вероятности. Существуют и другие определения (например, геометрическое), однако в школьном курсе они не рассматриваются.

Задачи о выборе объектов из набора

В этих задачах нужно подсчитать общее число объектов (равно общему числу исходов) и число подходящих объектов (равно числу благоприятных исходов). После этого следует воспользоваться определением вероятности.

Задача 1. В чемпионате мира участвуют 24 команды. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по шесть команд в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:

1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4.

Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется в третьей группе?

Решение.

Общее число исходов равно числу карточек — их 24. Благоприятных исходов 6 (так как номер 3 написан на шести карточках). Искомая вероятность равна $\frac{6}{24} = \frac{1}{4} = 0{,}25$.

Ответ: 0,25.

Задача 2. В урне 14 красных, 9 жёлтых и 7 зелёных шаров. Из урны наугад достают один шар. Какова вероятность того, что этот шар окажется жёлтым?

Решение.

Общее число исходов равно числу шаров: $14 + 9 + 7 = 30$. Число исходов, благоприятствующих данному событию, равно 9. Искомая вероятность равна $\frac{9}{30} = \frac{3}{10} = 0{,}3$.

Ответ: 0,3.

2. Зак. № 132

Задача 3. На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет чётной и больше 5?

Решение.

Исходом здесь является нажатие определённой клавиши, поэтому всего имеется 10 равновозможных исходов. Указанному событию благоприятствуют исходы, означающие нажатие клавиши 6 или 8. Таких исходов два. Искомая вероятность равна $\frac{2}{10} = 0{,}2$.

Ответ: 0,2.

Задача 4. Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 4 до 23 делится на три?

Решение.

На отрезке от 4 до 23 имеется $23 - 4 + 1 = 20$ натуральных чисел, значит, всего возможны 20 исходов. На этом отрезке кратны трём следующие числа: 6, 9, 12, 15, 18, 21. Всего таких чисел 6, поэтому рассматриваемому событию благоприятствуют 6 исходов. Искомая вероятность равна $\frac{6}{20} = \frac{3}{10} = 0{,}3$.

Ответ: 0,3.

Задача 5. Из 20 билетов, предлагаемых на экзамене, школьник может ответить только на 17. Какова вероятность того, что школьник не сможет ответить на выбранный наугад билет?

Решение.

1-й способ.

Так как школьник может ответить на 17 билетов, то на 3 билета он ответить не может. Вероятность получить один из этих билетов по определению равна $\frac{3}{20}=\frac{3\cdot 5}{20\cdot 5}=\frac{15}{100}=0{,}15$.

2-й способ.

Обозначим через A событие «школьник может ответить на билет». Тогда $P(A)=\frac{17}{20}=\frac{17\cdot 5}{20\cdot 5}=\frac{85}{100}=0{,}85$. Вероятность противоположного события равна
$P(\overline{A})=1-P(A)=1-0{,}85=0{,}15$.

Ответ: 0,15.

Задача 6. В чемпионате по художественной гимнастике участвуют 20 спортсменок: 6 из России, 5 из Германии, остальные — из Франции. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая седьмой, окажется из Франции.

Решение.

Всего 20 спортсменок, у всех равные шансы выступать седьмой. Поэтому имеются 20 равновероятных исходов. Из Франции $20-6-5=9$ спортсменок, поэтому имеются 9 благоприятных для указанного события исходов. Искомая вероятность равна $\frac{9}{20}=\frac{9\cdot 5}{20\cdot 5}=\frac{45}{100}=0{,}45$.

Ответ: 0,45.

Задача 7. Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 50 докладов — первые три дня по 12 докладов, остальные распределены поровну между четвёртым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора Н. окажется запланированным на последний день конференции?

Решение.

Сначала найдём, сколько докладов запланировано на последний день. На первые три дня запланировано $12 \cdot 3 = 36$ докладов. Остаются ещё $50 - 36 = 14$ докладов, которые распределяются поровну между оставшимися двумя днями, поэтому в последний день запланировано $\frac{14}{2} = 7$ докладов.

Будем считать исходом порядковый номер доклада профессора Н. Всего таких равновозможных исходов 50. Благоприятствуют указанному событию 7 исходов (последние 7 номеров в списке докладов). Искомая вероятность равна $\frac{7}{50} = \frac{7 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{14}{100} = 0{,}14$.

Ответ: 0,14.

Задача 8. На борту самолёта 10 мест рядом с запасными выходами и 15 мест за перегородками, разделяющими салоны. Остальные места неудобны для пассажиров высокого роста. Пассажир К. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру К. достанется удобное место, если всего в самолёте 200 мест.

Решение.

Исход в этой задаче — выбор места. Всего имеется 200 равновозможных исходов. Благоприятствуют событию «выбранное место удобное» $15 + 10 = 25$ исходов. Искомая вероятность равна $\frac{25}{200} = \frac{25 \cdot 5}{200 \cdot 5} = \frac{125}{1000} = 0{,}125.$

Ответ: 0,125.

Задача 9. Из 1000 собранных на заводе кофемолок 7 штук бракованных. Эксперт проверяет одну наугад выбранную кофемолку из этой 1000. Найдите вероятность того, что проверяемая кофемолка окажется бракованной.

Решение.

При выборе кофемолки наугад возможны 1000 исходов, событию A «выбранная кофемолка бракованная» благоприятны 7 исходов. По определению вероятности $P(A) = \frac{7}{1000} = 0{,}007.$

Ответ: 0,007.

Задача 10. Завод производит холодильники. В среднем на 100 качественных холодильников приходится 15 холодильников со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленный холодильник окажется качественным. Результат округлите до сотых.

Решение.

Эта задача похожа на предыдущую. Однако формулировка «**на** 100 качественных холодильников приходится 15 с дефектами» указывает нам, что дефектные 15 штук не входят в 100 качественных. Поэтому общее число исходов равно

$100 + 15 = 115$ (равно общему числу холодильников), благоприятных исходов 100. Искомая вероятность равна $\frac{100}{115}$. Для подсчёта приближённого значения дроби $\frac{100}{115}$ удобно воспользоваться делением уголком:

$$
\begin{array}{r|l}
-100{,}000 & 115 \\ \cline{2-2}
920 & 0{,}869\ldots \\ \cline{1-1}
-800 & \\
690 & \\ \cline{1-1}
-1100 & \\
1035 & \\ \cline{1-1}
\ldots &
\end{array}
$$

Таким образом, $\frac{100}{115} \approx 0{,}87$.

Ответ: 0,87.

Задача 11. Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 16 теннисистов, среди которых 7 участников из России, в том числе Максим Зайцев. Найдите вероятность того, что в первом туре Максим Зайцев будет играть с каким-либо теннисистом из России.

Решение.

Как и в предыдущей задаче, необходимо внимательно прочитать условие и понять, что является исходом, а что — благоприятным исходом (так, неосмысленное применение формулы вероятности приводит к неправильному ответу $\frac{7}{16}$).

Здесь исход — это соперник Максима Зайцева. Так как всего теннисистов 16, а сам с собой Максим играть не может, то имеется $16 - 1 = 15$ равновероятных исходов. Благоприятный исход — соперник из России. Таких благоприятных исходов $7 - 1 = 6$ (из числа россиян исключаем самого Максима). Искомая вероятность равна $\frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0{,}4$.

Ответ: 0,4.

Задача 12. Футбольную секцию посещают 33 человека, среди них два брата — Антон и Дмитрий. Посещающих секцию случайным образом делят на три команды по 11 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Антон и Дмитрий окажутся в одной команде.

Решение.

Сформируем команды, последовательно помещая футболистов на свободные места, при этом начнём с Антона и Дмитрия. Сначала поместим Антона на случайно выбранное место из свободных 33. Теперь помещаем на свободное место Дмитрия (исходом будем считать выбор места для него). Всего имеется 32 свободных места (одно уже занял Антон), поэтому всего возможны 32 исхода. В одной команде с Антоном остаётся 10 свободных мест, поэтому событию «Антон и Дмитрий в одной команде» благоприятствуют 10 исходов. Вероятность этого события равна $\frac{10}{32}=\frac{5}{16}=\frac{5\cdot 5^4}{2^4\cdot 5^4}=\frac{3125}{10\,000}=0{,}3125.$

Ответ: 0,3125.

Задача 13. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали ходить. Найдите вероятность того, что часовая стрелка застыла, достигнув отметки 11, но не дойдя до отметки 2 часа.

Решение.

Условно циферблат можно разделить на 12 секторов, располагающихся между отметками соседних чисел (между 12 и 1, 1 и 2, 2 и 3, ..., 11 и 12). Исходом мы будем считать остановку часовой стрелки в одном из указанных секторов. Всего есть 12 равновозможных исходов. Указанному событию благоприятствуют три исхода (сектора между 11 и 12, 12 и 1, 1 и 2). Искомая вероятность равна $\frac{3}{12}=\frac{1}{4}=0{,}25.$

Ответ: 0,25.

Задачи о подбрасывании монеты

Задача 14. Симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно один раз.

Решение.

В таких задачах удобно выписать все возможные исходы, записывая их при помощи букв Р (решка) и О (орёл). Так, исход ОР означает, что при первом броске выпал орёл, а при втором — решка. В рассматриваемой задаче возможны 4 исхода*: РР, РО, ОР, ОО. Благоприятствуют событию «решка выпадет ровно один раз» 2 исхода: РО и ОР. Искомая вероятность равна $\frac{2}{4} = 0{,}5$.

Ответ: 0,5.

Задача 15. Симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно два раза.

Решение.

Всего возможны 8 исходов: РРР, РРО, РОР, РОО, ОРР, ОРО, ООР, ООО. Благоприятствуют событию «орёл выпадет ровно два раза» 3 исхода: РОО, ОРО, ООР. Искомая вероятность равна $\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 125}{8 \cdot 125} = \frac{375}{1000} = 0{,}375$.

Ответ: 0,375.

Задача 16. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Изумруд» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Изумруд» выиграет жребий ровно один раз.

Решение.

Эта задача аналогична предыдущей. Пусть каждый раз выпадение решки означает выигрыш жребия «Изумрудом» (такое предположение не влияет на вычисление вероятностей). Тогда возможны 8 исходов: РРР, РРО, РОР, РОО, ОРР, ОРО, ООР, ООО. Благоприятствуют событию «решка

---

*Вообще, если монету бросают n раз, то имеются 2^n равновозможных исходов.

3. Зак. № 132

выпадет ровно один раз» 3 исхода: РОО, ОРО, ООР. Искомая вероятность равна $\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 125}{8 \cdot 125} = \frac{375}{1000} = 0{,}375$.

Ответ: 0,375.

Задача 17. Симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что наступит исход РОО (в первый раз выпадает решка, во второй и третий — орёл).

Решение.

Как и в предыдущих задачах, здесь имеется 8 исходов: РРР, РРО, РОР, РОО, ОРР, ОРО, ООР, ООО. Вероятность наступления исхода РОО равна $\frac{1}{8} = \frac{125}{8 \cdot 125} = \frac{125}{1000} = 0{,}125$.

Ответ: 0,125.

Задачи о бросках кубика

Задача 18. Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию «сумма очков равна 8»?

Решение.

Исходом будем считать пару чисел: очки при первом и втором броске. Тогда указанному событию благоприятствуют следующие исходы: $2-6$, $3-5$, $4-4$, $5-3$, $6-2$. Их количество равно 5.

Ответ: 5.

Задача 19. Одновременно бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 4 очка. Результат округлите до сотых.

Решение.

Исходом будем считать пару чисел: очки, выпавшие на первой и второй игральной кости. Всего имеется 36 равновозможных исходов[*] (на первой кости число от 1 до 6, на второй — также число от 1 до 6). Событию «в сумме выпало 4» благоприятствуют следующие исходы: $1-3,\ 2-2,\ 3-1$. Их количество равно 3. Искомая вероятность равна $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$.

Для подсчёта приближённого значения дроби $\frac{1}{12}$ удобно воспользоваться делением уголком:

$$
\begin{array}{r|l}
-1{,}000 & 12 \\ \cline{2-2}
\underline{96} & 0{,}083\ldots \\
-40 & \\
\underline{36} & \\
\ldots &
\end{array}
$$

Таким образом, $\frac{1}{12}\approx 0{,}08$.

Ответ: 0,08.

Задача 20. Одновременно бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 5 очков. Результат округлите до сотых.

Решение.

Исходом будем считать тройку чисел: очки, выпавшие на первой, второй и третьей игральной кости. Всего имеет-

[*]Вообще, если бросают n игральных костей (кубиков), то имеются 6^n равновозможных исходов. Столько же исходов получается, если один и тот же кубик бросают n раз подряд.

ся $6^3 = 216$ равновозможных исходов. Событию «в сумме выпало 5» благоприятствуют следующие исходы: $1-1-3$, $1-3-1$, $3-1-1$, $1-2-2$, $2-1-2$, $2-2-1$. Их количество равно 6. Искомая вероятность равна $\frac{6}{216} = \frac{1}{36}$. Для подсчёта приближённого значения дроби $\frac{1}{36}$ удобно воспользоваться делением уголком:

$$\begin{array}{r|l}
-1{,}000 & 36 \\ \cline{2-2}
\underline{72} & 0{,}027\ldots \\
-280 & \\
\underline{252} & \\
\ldots &
\end{array}$$

Таким образом, $\frac{1}{36} \approx 0{,}03$.

Ответ: 0,03.

ⓘ *Варианты для самостоятельного решения*

Вариант 1

1. В сборнике билетов по геометрии всего 35 билетов, в 14 из них встречается вопрос по свойствам окружности. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по свойствам окружности.

2. В некоторой школе 500 учащихся, среди них 257 мальчиков. Найдите вероятность того, что выбранный наугад учащийся этой школы окажется девочкой.

3. Завод выпускает часы. В среднем на 1000 качественных часов приходится пятнадцать со скрытыми дефектами. Вася купил себе часы этого завода. Найдите вероятность того, что купленные часы окажутся качественными. Результат округлите до сотых.

4. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что в первый раз выпадает орёл, во второй — решка.

5. Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию A — «сумма очков равна 3»?

6. Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 20 до 59 делится на шесть?

7. В фирме перевозок «Букет» в наличии 80 грузовиков: 74 из них с изображениями красного цветка на жёлтом фоне, остальные — с изображениями жёлтого цветка на красном фоне. Найдите вероятность того, что на случайный вызов приедет машина с изображениями жёлтого цветка на красном фоне.

Вариант 2

1. Миша, Оля, Коля и Лена бросили жребий — кому первому рассказывать стихотворение. Найдите вероятность того, что первым рассказывать стихотворение должен будет Коля.

2. В сборнике заданий по математике всего 280 заданий, в 21 из них встречается вопрос по процентам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на уроке задании школьнику не достанется вопроса по процентам.

3. В соревнованиях по прыжкам в длину участвуют 200 спортсменок: 85 из России, 65 из Канады, остальные — из Украины. Порядок, в котором выступают спортсменки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Украины.

4. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно один раз.

5. Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию A — «сумма очков равна 6»?

6. В чемпионате России по регби участвуют 20 команд. С помощью жребия их нужно разделить на пять групп по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:

1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5.

Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда Ростовской области окажется во второй группе?

7. Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 теннисистов, среди которых 13 участников из России, в том числе Роман Исаев. Найдите вероятность того, что в первом туре Роман Исаев будет играть с каким-либо теннисистом из России.

Вариант 3

1. В некоторой спортивной школе 400 спортсменов, из них в конце года 384 человека получили грамоту. Найдите вероятность того, что выбранный наугад спортсмен этой школы получил грамоту в конце года.

2. Маша, Даша, Света, Оля и Наташа бросили жребий — кому первому петь песню. Найдите вероятность того, что первая петь песню должна будет не Маша.

3. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали ходить. Найдите вероятность того, что часовая стрелка застыла, достигнув отметки 7, но не дойдя до отметки 4 часа.

4. Перед началом волейбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру. Команда «Тигры» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх команда «Тигры» выиграет жребий ровно два раза.

5. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 10 очков. Результат округлите до сотых.

6. Конкурс исполнителей проводится в 4 дня. Всего заявлено 65 выступлений — по одному от каждого города. В первый день запланировано 26 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя Таганрога состоится в третий день конкурса?

7. В группе сотрудников МЧС 60 человек. Их вертолётом в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 12 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит сотрудников МЧС, случаен. Найдите вероятность того, что сотрудники МЧС Кирилл Петров и Пётр Кириллов полетят одним и тем же рейсом вертолёта. Результат округлите до сотых.

Вариант 4

1. В кармане у Светы было пять конфет — «Пчёлка», «Белочка», «Суфле», «Лето» и «Сказка», а также мобильник. Вынимая мобильник, Света случайно выронила из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что упала конфета «Сказка».

2. На полке лежит 180 тетрадей, из них 63 в линейку, а остальные — в клетку. Найдите вероятность того, что случайно выбранная тетрадь будет в клетку.

3. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали ходить. Найдите вероятность того, что часовая стрелка застыла, достигнув отметки 11, но не дойдя до отметки 5 часов.

4. Перед началом партии в шашки Вася бросает монетку, чтобы определить, кто из игроков начнёт игру. Вася играет четыре партии с разными игроками. Найдите вероятность того, что в этих партиях Вася выиграет жребий ровно один раз.

5. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет менее 11 очков. Результат округлите до сотых.

6. В олимпиаде по программированию участвуют 150 студентов: 45 из МИФИ, 65 из МФТИ, остальные — из других вузов. Номер, под которым участвуют студенты, определяется жребием. Найдите вероятность того, что студент под номером 8 окажется не из МФТИ и не из МИФИ. Результат округлите до сотых.

7. В группе 51 человек, среди них два близнеца — Маша и Даша. Группу случайным образом делят на три звена по 17 человек в каждом. Найдите вероятность того, что Маша и Даша окажутся в одном звене.

4. Зак. № 132

Модуль 2. Задачи средней трудности

При решении задач этого модуля необходимы формулы вероятности для объединения несовместных событий и пересечения независимых событий. Также мы разберём несложные задачи, связанные с частотой и процентами.

Диагностическая работа

1. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 24-х пассажиров, равна 0,57. Вероятность того, что окажется меньше 17-ти пассажиров, равна 0,28. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 17 до 23.

2. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,13 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

3. Вероятность того, что на тесте по географии учащийся Р. верно решит больше 12 задач, равна 0,45. Вероятность того, что Р. верно решит больше 11 задач, равна 0,51. Найдите вероятность того, что Р. верно решит ровно 12 задач.

4. По отзывам покупателей Владислав Юрьевич оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,71. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,8. Владислав Юрьевич заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

5. В некотором городе из 2500 появившихся на свет младенцев 1235 девочек. Найдите частоту рождения мальчиков в этом городе. Результат округлите до сотых.

6. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,27.

7. Две фабрики выпускают одинаковые авторучки. При этом первая фабрика выпускает 90% этих авторучек, а вторая — 10%. При этом первая фабрика выпускает 4% бракованных авторучек, а вторая — 8%. Найдите вероятность того, что случайно купленная авторучка окажется бракованной.

Теоретическая часть

Два события A и B называют **несовместными**, если отсутствуют исходы, благоприятствующие одновременно как событию A, так и событию B. Например, при бросании кубика события «выпало число 3» и «выпало чётное число» несовместны. При этом события «выпало число больше 3-х» и «выпало чётное число» совместны.

Пусть событие C означает, что произошло хотя бы одно из событий A и B. Тогда C называют **объединением событий*** A и B, пишут $C = A \cup B$.

Если события A и B несовместны, то вероятность их объединения равна сумме вероятностей событий A и B: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Два события A и B называют **независимыми**, если вероятность каждого из них не зависит от появления или непоявления другого события.

Например, выполним последовательно два подбрасывания монеты. Тогда события «при первом подбрасывании выпала решка» и «при втором подбрасывании выпал орёл» являются независимыми: вероятность каждого из них равна $\frac{1}{2}$ независимо от того, что произошло при другом подбрасывании.

Рассмотрим другой пример. Пусть в урне находятся два чёрных и два белых шара. Сперва из урны наугад извлекают один шар. Затем из той же урны наугад извлекают ещё один шар. Обозначим через A событие «первый извлечённый шар белый», а через B — «второй извлечённый шар чёрный». Тогда события A и B являются зависимыми. Действительно, ес-

*Также объединение событий иногда называют **суммой событий** и обозначают $A + B$.

ли событие A произошло, то в урне из трёх оставшихся шаров два чёрных и $P(B) = \frac{2}{3}$. Если же событие A не произошло, то в урне из трёх оставшихся шаров один чёрный и $P(B) = \frac{1}{3}$.

Пусть событие C означает, что произошло как событие A, так и B. Тогда C называют **пересечением событий*** A и B, пишут $C = A \cap B$.

Если события A и B независимы, то вероятность их пересечения равна произведению вероятностей событий A и B: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

Также в условиях задач могут присутствовать проценты. Следует вспомнить, что 1% — это $\frac{1}{100}$ часть. Например, 30% от числа x — это $0{,}3x$.

Частотой события A называют отношение $\frac{m}{n}$, где n — общее число испытаний, m — число появлений события A. Например, пусть мы подбросили монету 100 раз, орёл выпал 47 раз. Тогда частота выпадения орла в нашем эксперименте равна $\frac{47}{100} = 0{,}47$.

*Также пересечение событий иногда называют **произведением событий** и обозначают $A \cdot B$.

Задачи о пересечении независимых событий

Задача 21. Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Н. с вероятностью 0,45. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Н. с вероятностью 0,4. Гроссмейстеры А. и Н. играют две шахматные партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Решение.

Обозначим события: W = «А. выиграл белыми», B = «А. выиграл чёрными». По условию, $P(W) = 0{,}45$, $P(B) = 0{,}4$. Необходимо найти вероятность пересечения событий W и B, то есть $P(W \cap B)$. События W и B независимы (результат одной партии не зависит от результата другой), поэтому $P(W \cap B) = P(W) \cdot P(B) = 0{,}45 \cdot 0{,}4 = 0{,}18$.

Ответ: 0,18.

Задача 22. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,4. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

Решение.

Обозначим через A_1, A_2, A_3 события, означающие, что в выбранный момент времени соответствующий продавец занят. По условию $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = 0{,}4$. Искомая вероятность равна

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = 0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4 = 0{,}064.$$

Ответ: 0,064.

Задача 23. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,1 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Решение.

Здесь удобно сначала найти вероятность события «оба автомата неисправны», противоположного событию из условия задачи. Обозначим через A и B события «первый автомат неисправен» и «второй автомат неисправен». По условию $P(A) = P(B) = 0{,}1$. Событие «оба автомата неисправны» — это $A \cap B$, его вероятность равна
$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0{,}1 \cdot 0{,}1 = 0{,}01.$
Искомая вероятность равна
$P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0{,}01 = 0{,}99.$

Ответ: 0,99.

Задача 24. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что биатлонист первые два раза попал в мишени, а последние три — промахнулся. Результат округлите до сотых.

Решение.

Обозначим через A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 события, означающие попадание в мишень при соответствующем выстреле. По условию $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = P(A_4) = P(A_5) = 0{,}6$. Нам необходимо найти вероятность $P(A_1 \cap A_2 \cap \overline{A_3} \cap \overline{A_4} \cap \overline{A_5})$.

Так как рассматриваемые события независимы, то эта вероятность равна $P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot P(\overline{A_3})\cdot P(\overline{A_4})\cdot P(\overline{A_5}) = 0{,}6\cdot 0{,}6\cdot(1-0{,}6)\cdot(1-0{,}6)\cdot(1-0{,}6) = 0{,}6^2\cdot 0{,}4^3 = 0{,}36\cdot 0{,}064 = 0{,}02304 \approx 0{,}02$.

Ответ: 0,02.

Задача 25. На рисунке 1 изображён лабиринт. Мышка заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и идти назад мышка не может, поэтому на каждом разветвлении мышка выбирает один из путей, по которому ещё не шла. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью мышка придёт к выходу В.

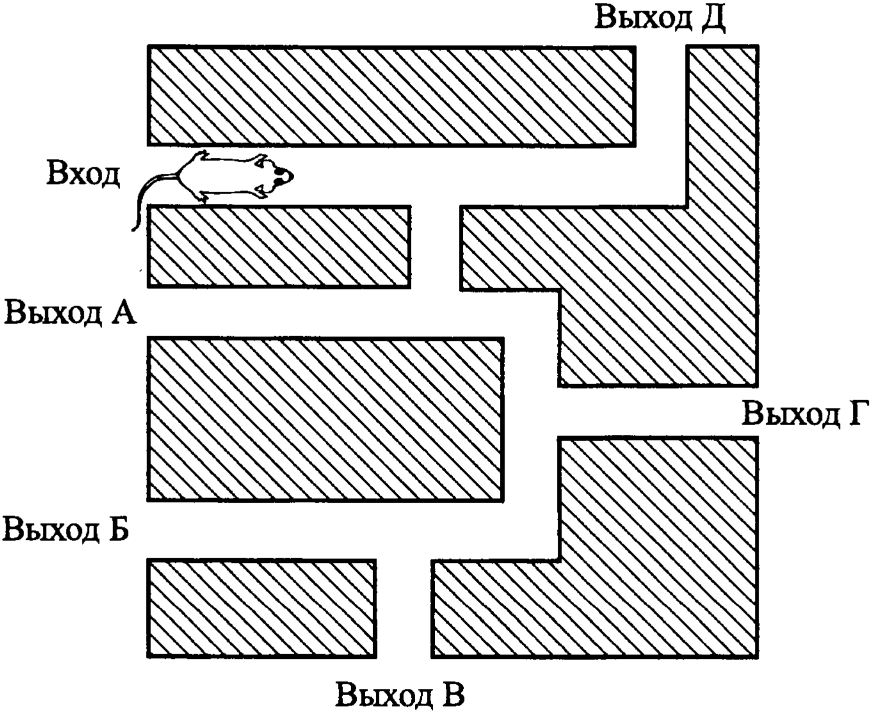

Рис. 1.

Решение.

Расставим на перекрёстках стрелки в направлениях, по которым может двигаться мышка (см. рис. 2). Выберем на каждом из перекрёстков одно направление из двух возможных и будем считать, что при попадании на перекрёсток мышка будет двигаться по выбранному нами направлению.

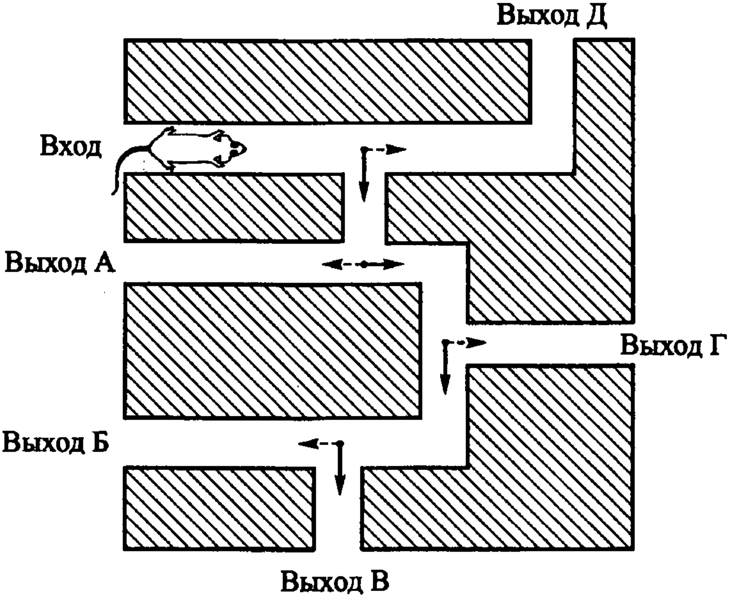

Рис. 2.

Чтобы мышка достигла выхода В, нужно, чтобы на каждом перекрёстке было выбрано направление, обозначенное сплошной линией. Всего выбор направления делается 4 раза, каждый раз независимо от предыдущего выбора. Вероятность того, что каждый раз выбрана сплошная стрелка, равна $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = 0{,}5^4 = 0{,}25^2 = 0{,}0625$.

Ответ: 0,0625.

Задачи об объединении несовместных событий

Задача 26. На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Ромб», равна 0,1. Вероятность того, что это вопрос на тему «Описанная окружность», равна 0,15. Вопросов, относящихся одновременно к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Решение.

Пусть событие A означает, что школьнику достался вопрос по теме «Ромб», событие B — вопрос по теме «Описанная окружность». По условию $P(A) = 0{,}1$, $P(B) = 0{,}15$. По условию события A и B несовместны. Искомая вероятность равна $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0{,}1 + 0{,}15 = 0{,}25$.

Ответ: 0,25.

Задача 27. Вероятность того, что новая кофемолка прослужит больше года, равна 0,93. Вероятность того, что она прослужит больше двух лет, равна 0,81. Найдите вероятность того, что кофемолка прослужит меньше двух лет, но больше года.

Решение.

1-й способ.

Обозначим через A событие «кофемолка прослужит больше года, но меньше двух лет», через B событие «кофемолка прослужит больше двух лет». События A и B несовместны (кофемолка не может прослужить меньше двух лет и одновременно больше двух лет). Объединением событий A и B является событие $A \cup B$ «кофемолка прослужит больше года». По условию $P(A \cup B) = 0{,}93$, $P(B) = 0{,}81$. Так как A и B несовместны, то $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, откуда $P(A) = P(A \cup B) - P(B) = 0{,}93 - 0{,}81 = 0{,}12$.

2-й способ.

Будем рассуждать о том, когда может сломаться кофемолка. Она может сломаться уже на первом году работы, может сломаться на втором году работы, а может проработать более двух лет и сломаться потом. Будем заполнять следующую таблицу:

Событие	сломалась на первом году	сломалась на втором году	сломалась после двух лет работы
Вероятность			

Так как вероятность события «кофемолка прослужит больше года» равна 0,93, то вероятность противоположного события «кофемолка сломалась на первом году» равна $1 - 0{,}93 = 0{,}07$. Вероятность события «кофемолка сломалась после первых двух лет работы» по условию равна 0,81. Вносим найденные значения в таблицу:

Событие	сломалась на первом году	сломалась на втором году	сломалась после двух лет работы
Вероятность	0,07		0,81

В таблице перечислены три несовместных события, одно из которых обязательно произойдёт. Поэтому сумма вероятностей в таблице должна быть равна 1. Следовательно, незаполненное искомое значение можно вычислить как $1 - 0{,}07 - 0{,}81 = 0{,}12$.

Ответ: 0,12.

Задача 28. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 25 пассажиров, равна 0,91. Вероятность того, что окажется меньше 18 пассажиров, равна 0,39. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 18 до 24.

Решение.

Обозначим через A событие «в автобусе менее 18 пассажиров», через B событие «в автобусе от 18 до 24» пассажиров. Тогда $A \cup B$ это событие «в автобусе менее 25 пассажиров». По условию $P(A \cup B) = 0{,}91$, $P(A) = 0{,}39$. Так как события A и B несовместны, то $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, откуда $0{,}91 = 0{,}39 + P(B)$, $P(B) = 0{,}52$.

Ответ: 0,52.

Задачи об объединении пересечений событий

Задача 29. Ковбой Билл попадает в муху на стене с вероятностью 0,8, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,25. На столе лежит 5 револьверов, из них только 2 пристрелянные. Ковбой Билл видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Билл попадёт в муху.

Решение.

Так как из 5 револьверов 2 пристреляны, то вероятность схватить пристрелянный револьвер равна $\frac{2}{5} = 0{,}4$. Вероятность схватить один из трёх непристрелянных револьверов равна $\frac{3}{5} = 0{,}6$.

Обозначим через A событие «Билл схватит пристрелянный револьвер и попадёт из него в муху». Так как события «Билл схватит пристрелянный револьвер» и «Билл попадёт из пристрелянного револьвера в муху» независимы, то $P(A) = 0{,}4 \cdot 0{,}8 = 0{,}32$. Аналогично вероятность события B «Билл схватит непристрелянный револьвер и попадёт из него в муху» равна $P(B) = 0{,}6 \cdot 0{,}25 = 0{,}15$. События A и B несовместны (Билл не может одновременно стрелять как из пристрелянного, так и из непристрелянного револьвера). Искомая вероятность равна
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0{,}32 + 0{,}15 = 0{,}47$.

Ответ: 0,47.

Задача 30. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,05. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,98. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,08. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Решение.

Для отбраковки неисправной батарейки должны произойти два независимых события: «линия произвела неисправную батарейку» и «неисправная батарейка забракована». Вероятность события A «произведена и забракована неисправная батарейка» равна $P(A) = 0{,}05 \cdot 0{,}98 = 0{,}049$.

Исправную батарейку линия производит с вероятностью $1-0{,}05 = 0{,}95$. Для отбраковки исправной батарейки должны произойти два независимых события: «линия произвела исправную батарейку» и «исправная батарейка забракована». Вероятность события B «произведена и забракована исправная батарейка» равна $P(B) = 0{,}95 \cdot 0{,}08 = 0{,}076$.

События A и B несовместны. Искомая вероятность равна $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0{,}049 + 0{,}076 = 0{,}125$.

Ответ: 0,125.

Задача 31. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3.

Решение.

1-й способ.

Так как вероятности выигрыша и проигрыша равны 0,3, то вероятность ничьей равна $1 - 0{,}3 - 0{,}3 = 0{,}4$. Команда выходит в следующий круг либо после двух выигрышей, либо после выигрыша и ничьей.

1. Вероятность события A «команда выиграла оба матча» по формуле пересечения независимых событий находим как $P(A) = 0{,}3 \cdot 0{,}3 = 0{,}09$.

2. Вероятность события B «команда выиграла первый матч, закончила вничью второй матч» равна $P(B) = 0{,}3 \cdot 0{,}4 = 0{,}12$.

3. Вероятность события C «команда закончила вничью первый матч, выиграла второй матч» равна
$P(B) = 0{,}4 \cdot 0{,}3 = 0{,}12$.

События A, B, C попарно несовместны, вероятность их объединения равна
$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) =$
$= 0{,}09 + 0{,}12 + 0{,}12 = 0{,}33$.

2-й способ.

Составим таблицу возможных результатов матчей и вероятностей этих результатов.

		Второй матч		
		победа $P = 0{,}3$	ничья $P = 0{,}4$	поражение $P = 0{,}3$
Первый матч	победа $P = 0{,}3$	**0,09**	**0,12**	0,09
	ничья $P = 0{,}4$	**0,12**	0,16	0,12
	поражение $P = 0{,}3$	0,09	0,12	0,09

Числа в ячейках получаются по принципу таблицы умножения (умножение вероятностей соответствующих результатов первого и второго матчей), так как вероятности результатов первого и второго матча не зависят друг от друга. Жирным шрифтом в таблице выделены вероятности тех результатов, при которых команда выходит в следующий круг. Искомая вероятность равна $0{,}09 + 0{,}12 + 0{,}12 = 0{,}33$.

Ответ: 0,33.

Задача 32. Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 60% этих стёкол, вторая — 40%. Первая фабрика выпускает 4% бракованных стёкол, а вторая — 3%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Решение.

Вероятность купить стекло первой фабрики равна 0,6. Вероятность брака в стекле первой фабрики равна 0,04. Вероятность события A «куплено бракованное стекло первой фабрики» находим по формуле для пересечения независимых событий: $P(A) = 0{,}6 \cdot 0{,}04 = 0{,}024$.

Вероятность купить стекло второй фабрики равна 0,4. Вероятность брака в стекле второй фабрики равна 0,03. Вероятность события B «куплено бракованное стекло второй фабрики» равна $P(B) = 0{,}4 \cdot 0{,}03 = 0{,}012$.

Искомая вероятность равна вероятности объединения несовместных событий A и B.
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0{,}024 + 0{,}012 = 0{,}036$.

Ответ: 0,036.

Задачи о частоте

Задача 33. Вероятность того, что новый DVD-проигрыватель в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,05. В некотором городе из 2000 проданных DVD-проигрывателей в течение года в гарантийную мастерскую поступили 130 штук. Насколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

Решение.

Частота события «гарантийный ремонт» равна

$\frac{130}{2000} = 0{,}065$. От вероятности она отличается на

$0{,}065 - 0{,}05 = 0{,}015$.

Ответ: 0,015.

? *Варианты для самостоятельного решения*

Вариант 1

1. На экзамене по биологии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Млекопитающие», равна 0,15. Вероятность того, что это вопрос на тему «Грибы», равна 0,23. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

2. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,08 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

3. Вероятность того, что новый мобильный телефон прослужит больше двух лет, равна 0,62. Вероятность того, что он прослужит больше пяти лет, равна 0,43. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше пяти лет, но больше двух.

4. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,07. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

5. В некотором городе из 8000 появившихся на свет младенцев 4888 мальчиков. Найдите частоту рождения девочек в этом городе. Результат округлите до сотых.

6. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,34.

7. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,04. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,98. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,02. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Вариант 2

1. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 19 пассажиров, равна 0,26. Вероятность того, что окажется меньше 6 пассажиров, равна 0,009. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 6 до 18.

2. В магазине четыре продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все четыре продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

3. Биатлонист шесть раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,2. Найдите вероятность того, что биатлонист первые четыре раза попал по мишени, а последние два — промахнулся. Результат округлите до тысячных.

4. Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,6. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

5. Вероятность того, что новый ноутбук в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,08. В некотором городе из 4000 проданных таких ноутбуков в течение года в гарантийную мастерскую поступило 408 штук. Насколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

6. На рисунке 3 изображён лабиринт. Жук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад жук не может, поэтому на каждом разветвлении жук выбирает один из путей, по которому ещё не полз. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью жук придёт к выходу Е.

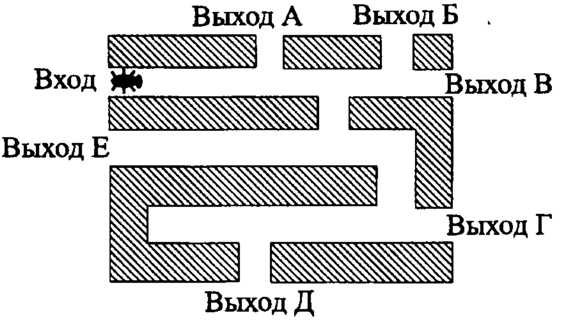

Рис. 3.

7. Ковбой Джо попадает в муху на стене с вероятностью 0,72, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джо стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,16. На столе лежит 12 револьверов, из них только 3 — пристрелянные. Ковбой Джо видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джо промахнётся.

Вариант 3

1. На экзамене по истории школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Иван Грозный», равна 0,26. Вероятность того, что это вопрос на тему «Екатерина II», равна 0,11. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

2. Профессиональный игрок в шашки А., играя белыми, выигрывает у профессионального игрока Б. с вероятностью 0,42. Если же он играет чёрными, то выигрывает с вероятностью 0,2. А. и Б. играют две партии, меняя при этом цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет обе партии.

3. Вероятность того, что новый фен прослужит больше трёх лет, равна 0,71. Вероятность того, что он прослужит больше десяти лет, равна 0,24. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше десяти лет, но больше трёх.

4. По отзывам покупателей Николай Петрович оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,68. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,75. Николай Петрович заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

5. В некотором городе из 5000 появившихся на свет младенцев 2420 девочек. Найдите частоту рождения мальчиков в этом городе. Результат округлите до сотых.

6. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,21.

7. Две фабрики выпускают одинаковые шариковые авторучки. При этом первая фабрика выпускает 80% этих авторучек, а вторая — 20%. Первая фабрика выпускает 6% бракованных авторучек, а вторая — 2%. Найдите вероятность того, что случайно купленная авторучка окажется бракованной.

Вариант 4

1. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 43-х пассажиров, равна 0,91. Вероятность того, что окажется меньше 16 пассажиров, равна 0,12. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 16 до 42.

2. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,2. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

3. Вероятность того, что на тесте по немецкому языку учащийся Р. верно решит больше 19 задач, равна 0,71. Вероятность того, что Р. верно решит больше 18 задач, равна 0,76. Найдите вероятность того, что Р. верно решит ровно 19 задач.

4. Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,18. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

5. Вероятность того, что новый DVD-проигрыватель в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,032. В некотором городе из 3000 проданных DVD-проигрывателей в течение года в гарантийную мастерскую поступило 105 штук. Насколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

6. На рисунке 4 изображён лабиринт. Жук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад жук не может, поэтому на каждом разветвлении жук выбирает один из путей, по которому ещё не полз. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью жук придёт к выходу В.

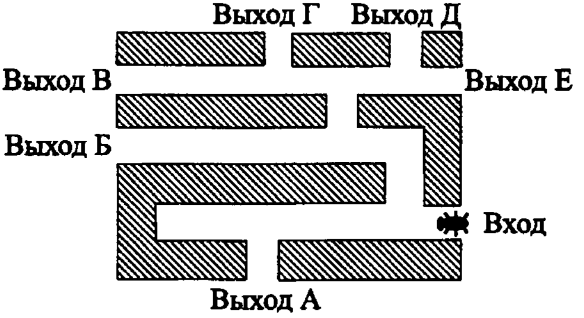

Рис. 4.

7. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,85, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,34. На столе лежит 17 револьверов, из них только 7 — пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

Модуль 3. Трудные задачи

В этом модуле собраны задачи на проценты, вероятности зависимых событий, а также задачи, требующие последовательного подсчёта разных вероятностей.

Диагностическая работа

1. На фабрике керамической посуды 5% произведённых кувшинов имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 90% дефектных кувшинов. Остальные кувшины поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранный при покупке кувшин не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

2. В Сказочной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,6 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня 12 февраля, погода в Сказочной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 14 февраля в Сказочной стране будет отличная погода.

3. Чтобы поступить в институт на специальность «Туризм», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 55 баллов по каждому из трёх предметов — математике, русскому языку и обществознанию. Чтобы поступить на на специальность «Механизмы», нужно набрать не менее 55 баллов по каждому из трёх предметов — математике, русскому языку и физике. Вероятность того, что абитуриент А. получит не менее 55 баллов по математике, равна 0,5, по русскому языку — 0,7, по физике — 0,4 и по обществознанию — 0,6. Найдите вероятность того, что А. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.

4. На эстафете выступают команды — по одной от каждой из заявленных школ. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что команда из школы № 12 будет выступать после команды из школы № 15, но перед командой из школы № 1? Результат округлите до сотых.

Теоретическая часть

Если имеются события A и B, то
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$,
$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$.

Эти формулы следуют применять, когда A и B — зависимые совместные события (более простые случаи рассмотрены в предыдущем модуле).

Задачи о зависимых событиях

Задача 34. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,4. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,22. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Решение.

1-й способ.

Так как $0{,}4 \cdot 0{,}4 \neq 0{,}22$, то события «кофе закончился в 1-ом автомате» и «кофе закончился во 2-ом автомате» зависимые. Обозначим через A событие «кофе остался в первом автомате», через B — «кофе остался во втором автомате». Тогда $P(A) = P(B) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$. Событие «кофе остался хотя бы в одном автомате» — это $A \cup B$, его вероятность равна $P(A \cup B) = 1 - 0{,}22 = 0{,}78$, так как оно противоположно событию «кофе закончился в обоих автоматах». По формуле для пересечения событий:

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0{,}6 + 0{,}6 - 0{,}78 = 0{,}42.$$

2-й способ.

Обозначим через X событие «кофе закончился в первом автомате», через Y — «кофе закончился во втором автомате». Тогда по условию $P(X) = P(Y) = 0{,}4$, $P(X \cap Y) = 0{,}22$. Так как $P(X \cap Y) \neq P(X) \cdot P(Y)$, то события X и Y зависимые. По формуле для объединения событий:

$$P(X \cup Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y) = 0{,}4 + 0{,}4 - 0{,}22 = 0{,}58.$$

Мы нашли вероятность события $X \cup Y$ «кофе закончился хотя бы в одном автомате». Противоположным событием будет

$\overline{X \cup Y}$ «кофе остался в обоих автоматах», его вероятность равна $P(\overline{X \cup Y}) = 1 - P(X \cup Y) = 1 - 0{,}58 = 0{,}42$.

3-й способ.

Составим таблицу вероятностей возможных результатов в конце дня.

		Второй автомат	
		кофе закончился	кофе остался
Первый автомат	кофе закончился	0,22	
	кофе остался		

По условию вероятность события «кофе закончился в обоих автоматах» равна 0,22. Это число мы сразу записали в соответствующую ячейку таблицы.

В первом автомате кофе закончится с вероятностью 0,4, поэтому сумма чисел в верхних ячейках таблицы должна быть равна 0,4. Значит, в правой верхней ячейке должно быть число $0{,}4 - 0{,}22 = 0{,}18$.

		Второй автомат	
		кофе закончился	кофе остался
Первый автомат	**кофе закончился**	**0,22**	**0,18**
	кофе остался		

Во втором автомате кофе закончится с вероятностью 0,4, поэтому сумма чисел в левых ячейках таблицы также должна быть равна 0,4. Значит, в левой нижней ячейке должно быть число $0{,}4 - 0{,}22 = 0{,}18$.

		Второй автомат	
		кофе закончился	кофе остался
Первый автомат	кофе закончился	**0,22**	0,18
	кофе остался	**0,18**	

Так как сумма чисел во всех четырёх ячейках должна быть равна 1, то искомое число в правой нижней ячейке равно $1 - 0{,}22 - 0{,}18 - 0{,}18 = 0{,}42$.

		Второй автомат	
		кофе закончился	кофе остался
Первый автомат	кофе закончился	0,22	0,18
	кофе остался	0,18	**0,42**

Ответ: 0,42.

Задачи на проценты

Задача 35. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 60% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 40% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 48% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Решение.

Пусть x — искомая вероятность. Пусть всего закуплено n яиц. Тогда в первом хозяйстве закуплено $x \cdot n$ яиц, из них $0{,}6x \cdot n$ высшей категории. Во втором хозяйстве закуплено $(1-x)\cdot n$ яиц, из них $0{,}4\cdot(1-x)\cdot n$ высшей категории. Всего высшую категорию имеют $0{,}48n$ яиц. Отсюда

$0{,}6x \cdot n + 0{,}4 \cdot (1 - x) \cdot n = 0{,}48n,$

$0{,}6x + 0{,}4 \cdot (1 - x) = 0{,}48,$

$0{,}6x + 0{,}4 - 0{,}4x = 0{,}48,$

$0{,}2x = 0{,}08,$

$x = 0{,}4.$

Ответ: 0,4.

Задача 36. На фабрике керамической посуды 20% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 70% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Решение.

Пусть всего произведено x тарелок. Качественных тарелок $0{,}8x$ (80% от общего числа), они поступают в продажу. Дефектных тарелок $0{,}2x$, из них в продажу поступает 30%, то есть $0{,}3 \cdot 0{,}2x = 0{,}06x$. Всего в продажу поступило $0{,}8x + 0{,}06x = 0{,}86x$ тарелок. Вероятность купить тарелку без дефектов равна $\dfrac{0{,}8x}{0{,}86x} = \dfrac{40}{43} \approx 0{,}93$.

Ответ: 0,93.

Разные задачи

Задача 37. На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Финляндии будет выступать после группы из Бельгии, но перед группой из Греции? Результат округлите до сотых.

Решение.

1-й способ.

Будем считать исходом порядок выступления групп на фестивале. Разобьём множество исходов на подмножества следующим образом: в одно подмножество будем включать исходы, полученные перестановками рок-групп из Финляндии, Бельгии и Греции (с сохранением мест всех остальных рок-групп). Тогда в каждом подмножестве будет 6 исходов: ФБГ, ФГБ, БГФ, БФГ, ГБФ, ГФБ. Из этих шести исходов благоприятным будет только БФГ. Следовательно, благоприятными являются $\frac{1}{6}$ всех исходов. Искомая вероятность равна $\frac{1}{6} \approx 0{,}17$.

2-й способ.[*]

Так как в условии не указано общее число рок-групп, будем считать, что их всего три: из Финляндии, Бельгии и Греции. Будем считать исходом порядок выступлений, всего 6 исходов: ФБГ, ФГБ, БГФ, БФГ, ГБФ, ГФБ. Благоприятным является только исход БФГ. Искомая вероятность равна $\frac{1}{6} \approx 0{,}17$.

Ответ: 0,17.

Задача 38. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,2, а при каждом последующем — 0,7. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?

[*] 2-й способ не является математически верным, но при решении на экзамене может помочь, если первый способ непонятен.

Решение.

1-й способ.

Вероятность промаха при первом выстреле равна $1 - 0{,}2 = 0{,}8$. Вероятность промаха при каждом последующем равна 0,3. Подсчитаем число выстрелов, при котором цель остаётся непоражённой с вероятностью менее
$1 - 0{,}98 = 0{,}02$.

Вероятность непоражения после второго выстрела равна
$0{,}8 \cdot 0{,}3 = 0{,}24$;
после третьего — $0{,}24 \cdot 0{,}3 = 0{,}072$;
после четвёртого — $0{,}072 \cdot 0{,}3 = 0{,}0216$;
после пятого — $0{,}0216 \cdot 0{,}3 = 0{,}00648$.

Следовательно, необходимо 5 выстрелов.

*2-й способ.**

Вероятность непоражения после n выстрелов равна $0{,}8 \cdot 0{,}3^{n-1}$, так как при первом выстреле вероятность промаха 0,8, а при каждом последующем 0,3. По условию необходимо, чтобы $1 - 0{,}8 \cdot 0{,}3^{n-1} \geqslant 0{,}98$,
$0{,}8 \cdot 0{,}3^{n-1} \leqslant 0{,}02$,
$0{,}3^{n-1} \leqslant 0{,}025$,
$n - 1 \geqslant \log_{0,3} 0{,}025$,
$n \geqslant 1 + \log_{0,3} 0{,}025 \approx 1 + 3{,}06$,
откуда $n \geqslant 5$.

Ответ: 5.

*2-й способ имеет математическое значение, но непригоден на экзамене из-за необходимости приближённого вычисления логарифма.

Задача 39. Чтобы поступить в институт на специальность «Архитектура», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 60 баллов по каждому из трёх предметов — математике, русскому языку и истории. Чтобы поступить на на специальность «Живопись», нужно набрать не менее 60 баллов по каждому из трёх предметов — русскому языку, истории и литературе.

Вероятность того, что абитуриент Н. получит не менее 60 баллов по истории, равна 0,8, по русскому языку — $0,5$, по литературе — 0,6 и по математике — 0,9.

Найдите вероятность того, что Н. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.

Решение.

Вероятность того, что Н. не сможет набрать 60 баллов ни по литературе, ни по математике равна $(1-0{,}6)\cdot(1-0{,}9)=0{,}4\cdot 0{,}1=0{,}04$. Следовательно, хотя бы по одному из этих двух предметов он получит 60 баллов с вероятностью $1-0{,}04=0{,}96$. Для поступления нужно набрать требуемый балл по русскому языку, истории и хотя бы по одному предмету из литературы и математики. Вероятность поступления равна $0{,}5\cdot 0{,}8\cdot 0{,}96=0{,}384$.

Ответ: 0,384.

Задача 40. В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,9 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня 11 марта, погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 14 марта в Волшебной стране будет отличная погода.

Решение.

Составим таблицу вероятностей для погоды в Волшебной стране.

	11 марта	12 марта	13 марта	14 марта
хорошая	1			
отличная	0			

Погода 12 марта с вероятностью 0,9 останется хорошей, с вероятностью 0,1 станет отличной. Занесём эти данные в таблицу.

	11 марта	12 марта	13 марта	14 марта
хорошая	1	0,9		
отличная	0	0,1		

Хорошая погода 13 марта может быть в двух случаях.

1) Погода 12 марта была хорошей и не изменилась. Вероятность этого равна $0{,}9 \cdot 0{,}9 = 0{,}81$.

2) Погода 12 марта была отличной и изменилась. Вероятность этого равна $0{,}1 \cdot 0{,}1 = 0{,}01$.

Таким образом, вероятность хорошей погоды 13 марта равна $0{,}81 + 0{,}01 = 0{,}82$. Вероятность отличной погоды 13 марта равна $1 - 0{,}82 = 0{,}18$. Заносим эти данные в таблицу.

	11 марта	12 марта	13 марта	14 марта
хорошая	1	0,9	0,82	
отличная	0	0,1	0,18	

Отличная погода 14 марта может быть в двух случаях.

1) Погода 13 марта была хорошей и изменилась. Вероятность этого равна $0{,}82 \cdot 0{,}1 = 0{,}082$.

2) Погода 13 марта была отличной и не изменилась. Вероятность этого равна $0{,}18 \cdot 0{,}9 = 0{,}162$.

Таким образом, вероятность отличной погоды 14 марта равна $0{,}082 + 0{,}162 = 0{,}244$.

	11 марта	12 марта	13 марта	14 марта
хорошая	1	0,9	0,82	
отличная	0	0,1	0,18	0,244

Ответ: 0,244.

? *Варианты для самостоятельного решения*

Вариант 1

1. Чтобы поступить в институт на специальность «Автоматизация», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 60 баллов по каждому из трёх предметов — математике, русскому языку и физике. Чтобы поступить на специальность «Мехатроника», нужно набрать не менее 60 баллов по каждому из трёх предметов — математике, русскому языку и информатике. Вероятность того, что абитуриент У. получит не менее 60 баллов по математике, равна 0,4, по русскому языку — 0,5, по физике — 0,3 и по информатике — 0,2. Найдите вероятность того, что У. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.

2. На спартакиаде выступают группы — по одной от каждой из заявленных городов. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Ростова будет выступать после группы из Казани и после группы из Уфы? Результат округлите до сотых.

3. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 60% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 30% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 45% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

4. В торговом центре два одинаковых автомата продают шоколадки. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится шоколад, равна 0,8. Вероятность того, что шоколад закончится в обоих автоматах, равна 0,62. Найдите вероятность того, что к концу дня шоколад останется в обоих автоматах.

Вариант 2

1. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 18% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 23% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 22% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

2. Чтобы поступить в институт на специальность «Биотехника», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 80 баллов по каждому из трёх предметов — математике, русскому языку и химии. Чтобы поступить на на специальность «Управление», нужно набрать не менее 80 баллов по каждому из трёх предметов — математике, русскому языку и обществознанию. Вероятность того, что абитуриент З. получит не менее 80 баллов по математике, равна 0,3, по русскому языку — 0,4, по химии — 0,7 и по обществознанию — 0,6. Найдите вероятность того, что З. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.

3. На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из России будет выступать перед группой из Чехии и перед группой из Дании? Результат округлите до сотых.

4. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,7. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,56. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Вариант 3

1. В гончарной мастерской 20% произведённых чашек имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 85% дефектных чашек. Остальные чашки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке чашка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

2. На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из России будет выступать после группы из Италии, но перед группой из Грузии? Результат округлите до сотых.

3. Агрофирма закупает огурцы в двух теплицах. 70% огурцов из первой теплицы — огурцы высшей категории, а из второй теплицы — 80% огурцов высшей категории. Всего высшую категорию получает 72% огурцов. Найдите вероятность того, что огурец, купленный у этой агрофирмы, окажется из первой теплицы.

4. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,3, а при каждом последующем — 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,9?

Вариант 4

1. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,2, а при каждом последующем — 0,8. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,95?

2. На фабрике керамической посуды 20% произведённых пиал имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 90% дефектных пиал. Остальные пиалы поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке пиала не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

3. Автофирма закупает колёса в двух магазинах. 10% колёс из первого магазина — колёса высшей категории, а из второго магазина — 2% колёс высшей категории. Всего высшую категорию получает 3% колёс. Найдите вероятность того, что колесо, купленное у этой автофирмы, окажется из первого магазина.

4. В Волшебной стране бывает два типа погоды: ясная и пасмурная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня 7 августа, погода в Волшебной стране ясная. Найдите вероятность того, что 10 августа в Волшебной стране будет пасмурная погода.

Ответы

Модуль 1. Простые задачи

	№ задания						
	1	2	3	4	5	6	7
Диагн. р.	0,75	0,984	0,85	0,125	0,17	0,4	0,1
Вар. 1	0,4	0,486	0,99	0,25	2	0,15	0,075
Вар. 2	0,25	0,925	0,25	0,5	5	0,2	0,16
Вар. 3	0,96	0,8	0,75	0,375	0,08	0,2	0,19
Вар. 4	0,2	0,65	0,5	0,25	0,92	0,27	0,32

Модуль 2. Задачи средней трудности

	№ задания						
	1	2	3	4	5	6	7
Диагн. р.	0,29	0,9831	0,06	0,058	0,51	0,3213	0,044
Вар. 1	0,38	0,9936	0,19	0,8649	0,39	0,3332	0,0584
Вар. 2	0,251	0,0081	0,001	0,64	0,022	0,125	0,7
Вар. 3	0,37	0,084	0,47	0,08	0,52	0,2877	0,052
Вар. 4	0,79	0,008	0,05	0,9676	0,003	0,0625	0,45

Модуль 3. Трудные задачи

	№ задания			
	1	2	3	4
Диагн. р.	0,99	0,48	0,266	0,17
Вар. 1	0,088	0,33	0,5	0,02
Вар. 2	0,2	0,1056	0,33	0,16
Вар. 3	0,96	0,17	0,8	4
Вар. 4	3	0,98	0,125	0,392

Готовимся к ЕГЭ

Учебное издание

Иванов Сергей Олегович,
Коннова Елена Генриевна,
Ханин Дмитрий Игоревич

МАТЕМАТИКА. ПОДГОТОВКА К ЕГЭ-2014. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Под редакцией ***Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова***

Налоговая льгота: издание соответствует коду 95 3000 ОК 005-93 (ОКП)

Обложка *А. Вартанов*
Компьютерная верстка *С. Иванов*
Корректор *Н. Пимонова*

Подписано в печать с оригинал-макета 14.06.2013.
Формат 60х84$^{1}/_{16}$. Бумага типографская.
Гарнитура Таймс. Печать офсетная. Усл. печ. л. 3,7.

Доп. тираж 10 000. Заказ № 212.

Издательство ООО «Легион» включено в перечень организаций, осуществляющих издание учебных пособий, которые допускаются к использованию в образовательном процессе в имеющих государственную аккредитацию и реализующих образовательные программы общего образования образовательных учреждениях. Приказ Минобрнауки России № 729 от 14.12.2009, зарегистрирован в Минюст России 15.01.2010 № 15987.

ООО «ЛЕГИОН»
Для писем: 344000, г. Ростов-на-Дону, а/я 550.
Адрес редакции: 344011, г. Ростов-на-Дону, пер. Доломановский, 55.
www.legionr.ru e-mail: legionrus@legionrus.com

Отпечатано в соответствии с качеством предоставленных диапозитивов
в ЗАО “Полиграфобьединение”, 347900, г. Таганрог, ул. Лесная биржа, 6 В.