Б.Г. Зив

ГЕОМЕТРИЯ

ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

10

ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

ГЕОМЕТРИЯ

ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

10

УДК 372.8:514
ББК 74.262.21
З-59

Зив Б. Г.
З-59 Геометрия. Дидактические материалы. 10 класс / Б. Г. Зив. — 10-е изд. — М. : Просвещение, 2009. — 159 с. : ил. — ISBN 978-5-09-021737-8.

Данное пособие содержит самостоятельные и контрольные работы по геометрии, а также математические диктанты. Дидактические материалы адресованы учителям, работающим по учебнику «Геометрия, 10—11» авторов Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева, Л. С. Киселевой, Э. Г. Позняка, но могут быть использованы при работе и по другим учебникам.

УДК 372.8:514
ББК 74.262.21

ISBN 978-5-09-021737-8

ПРЕДИСЛОВИЕ

В пособии приведены 23 самостоятельные работы, 2 самостоятельные работы на повторение планиметрии, 6 контрольных работ и 4 математических диктанта. Дополнительные работы могут быть использованы на факультативных занятиях.

Самостоятельные работы обозначены буквой **С** с соответствующим номером, самостоятельные работы на повторение планиметрии — буквами **СП**, дополнительные самостоятельные работы — **ДС**, контрольные работы — **К** и математические диктанты — буквами **МД**. Основная цель этих самостоятельных работ — помочь учителю организовать деятельность учащихся по решению задач с учетом их индивидуальных особенностей и уровня подготовки. Кроме того, самостоятельные работы могут использоваться для текущего контроля умений и навыков школьников.

Самостоятельные работы даны в восьми вариантах. В первом и втором вариантах каждой работы предлагаются задачи, для успешного решения которых учащиеся должны применить знания на уровне минимальных программных требований.

Третий и четвертый варианты состоят из задач среднего уровня сложности. Задачи этих вариантов по сложности примерно соответствуют большинству основных задач учебника.

Пятый и шестой варианты предназначены для более подготовленных учащихся. При решении задач этих вариантов необходимо применять знания в усложненных ситуациях, иметь достаточно высокий уровень развития вычислительных навыков и навыков проведения тождественных преобразований. По сложности эти задачи примерно соответствуют наиболее трудным из основных и дополнительных задач учебника.

Седьмой и восьмой варианты состоят из задач, при решении которых требуется творческое применение знаний. Здесь приходится анализировать достаточно сложные геометрические ситуации, самостоятельно открывать новые факты, устанавливать отношения между ними. Задачи из седьмого и восьмого вариантов могут быть предложены отдельным учащимся после выполнения ими основной работы наравне со всеми учащимися класса в оставшееся время или использованы в качестве необязательного задания для домашней работы, а также на факультативных занятиях либо занятиях математического кружка.

Учителю не следует обязательно выполнять с учащимися все задания каждой из работ. Надеемся, что представленные в пособии работы позволят ему на любом уровне отобрать необходимые задания в зависимости от цели урока, наличия учебного времени, уровня подготовки учащихся.

Самостоятельные работы на повторение планиметрии даны в восьми вариантах, сгруппированных попарно.

Дополнительные самостоятельные работы составлены в шести вариантах в зависимости от уровня сложности.

Контрольные работы приведены в четырех вариантах. Они предлагаются для проведения итоговой проверки знаний по каждой теме курса 10 класса. По сложности все варианты работ примерно одинаковы. В каждом варианте имеется задание, отмеченное звездочкой. Эти задания потребуют творческого применения знаний, анализа нестандартных геометрических конфигураций. Оценка выставляется только за основную часть работы, а учащиеся, решившие дополнительную задачу, могут по усмотрению учителя получить вторую оценку за работу. Контрольная работа К—8 предлагается для повторения планиметрии.

Математические диктанты предназначаются для систематизации теоретических знаний учащихся. Диктант составлен из небольших задач по прямому применению теории. При проведении диктанта ученик должен в течение нескольких минут ответить на вопрос или решить задачу, предложенную учителем. Необходимое для ответа время регулирует учитель в зависимости от сложности вопроса и подготовленности класса. На такую работу можно отвести примерно 35 минут, после чего учитель вместе с классом проверяет ответы, обращает внимание класса на допущенные ошибки.

Учитель сам решает, какие задачи дать в виде текста, а какие — с использованием чертежа. Он же по своему усмотрению может предлагать не все вопросы диктанта, а только их часть. В конце пособия даны ответы ко всем самостоятельным и контрольным работам. К наиболее сложным задачам приведены указания или решения.

При составлении самостоятельных и контрольных работ на повторение планиметрии принимал участие учитель из Санкт-Петербурга Александр Хаимович Шахмейстер.

Замечания и предложения просим направлять в издательство «Просвещение» по адресу: 127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Автор

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Вариант 1

С-1

С-2

С-3

C 4

C 5

C 6

C 7

C 8

C–9

C - 10

C–11

C 12

C 13

C - 14

C 15

C - 16

C 17

C - 18

C—19

C 20

C - 21

C - 22

C - 23

Вариант 2

C-1

C-2

C-3

C-4

C-5

C-6

C-7

C 8

C-9

C-10

C-11

C-12

C 13

C – 14

C 15

C – 16

C - 17

C 18

C 19

C- 20

C - 21

C-22

C-23

Вариант 3

С–1

С–2

C - 3

C - 4

C - 5

C-6

C-7

C-8

C-9

C-10

С—15

1. Основанием наклонной призмы $ABCA_1B_1C_1$ служит правильный треугольник со стороной, равной a. Длина бокового ребра равна b, $\angle A_1AC = \angle A_1AB$. Найдите площадь грани CC_1B_1B.
2. В наклонном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ боковое ребро равно 10, а площадь боковой поверхности равна 420. Расстояние между ребрами AA_1 и DD_1 на 11 больше расстояния между ребрами AA_1 и BB_1. Расстояние между ребрами BB_1 и DD_1 равно 19. Найдите углы между смежными боковыми гранями параллелепипеда.

С—16

1. В правильной треугольной пирамиде боковые грани наклонены к основанию под углом 60°. Расстояние от вершины основания до боковой грани равно $3\sqrt{3}$. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
2. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 4 см, а расстояние от центра основания до бокового ребра равно 2 см. Найдите:
   1) угол между смежными боковыми гранями;
   2) плоский угол при вершине пирамиды.

С—17

1. Основанием пирамиды служит равнобедренная трапеция, основания которой равны 2 и 8 см. Боковые грани наклонены к основанию под углом 60°. Найдите высоту пирамиды и площадь ее боковой поверхности.
2. В основании пирамиды лежит ромб со стороной, равной a, и углом 60°. Боковые грани, проходящие через стороны острого угла ромба, перпендикулярны плоскости основания, а остальные две боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60°. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

С—18

1. В правильной четырехугольной пирамиде каждая из сторон основания равна a, а боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60°. Через центр основания параллельно боковой грани проведена плоскость. Найдите площадь сечения.
2. В правильной четырехугольной усеченной пирамиде стороны оснований равны 10 и 6 см, а площадь диагонального сечения $8\sqrt{10}$ см^2. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

C 19

C - 20

C - 21

C 22

C 23

Вариант 1

С 1

С- 2

C - 3

C - 4

C 5

C-6

C-7

C-8

C-9

C-10

C 11

C-12

C 13

C 14

C 15

C - 16

C - 17

C 18

C 19

C 20

C 21

C 22

C 23

Вариант 3

С-1

С-2

C - 3

C--4

C - 5

C-6

C-7

C-8

C-9

C 10

C - 11

C 17

C 13

C- 14

C -15

C 16

C

C 18

C-19

C – 20

C – 21

C – 22

C – 23

Вариант 6

С—1

1. [illegible]

2. [illegible]

С—2

1. [illegible]

2. [illegible]

C - 3

C - 4

C - 5

C-6

C-7

C-8

C-9

C 10

C 11

C 12

C 13

C - 14

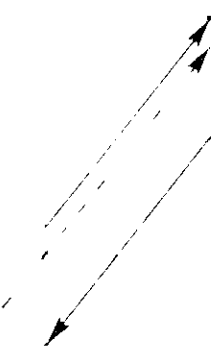
C - 15

C - 16

C - 17

C - 18

C - 19



C-20

C-21

C-22

C-23

С—1

1. Точка K лежит в плоскости ABC. Постройте точку пересечения прямой DK и плоскости EFM (рис. 33).

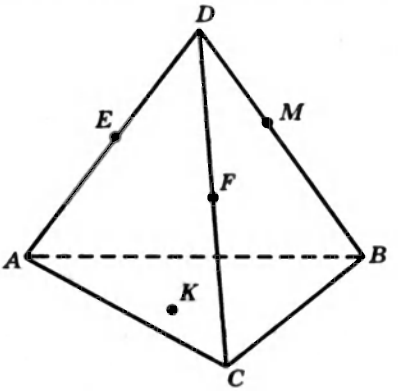


Рис. 33

2. Точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC. Принадлежит ли точка C плоскости, в которой лежат точки A, B и O?

С—2

1. Точка O не лежит в плоскости γ, которая задается параллельными прямыми a и b. Плоскость α проходит через точку O и прямую a, а плоскость β проходит через точку O и прямую b. Докажите, что линия пересечения этих плоскостей параллельна прямым a и b.
2. В плоскости α расположен треугольник ABC. Через его вершины проведены параллельные отрезки AA_1, BB_1 и CC_1, расположенные по одну сторону от плоскости α, $AA_1 = BB_1 = CC_1$. Точки E, F и M — середины отрезков AB, BC и AC соответственно. Докажите, что отрезки A_1F, B_1M и C_1E пересекаются в одной точке. В каком отношении точка пересечения делит эти отрезки?

C - 3

C - 4

C-5

C-6

C-7

C 8

C 9

C 10

C 11

C-12

C-13

C-14

C-15

С—16

1. В правильной треугольной пирамиде $MABC$ сторона основания равна a, а высота равна $2a$. Найдите угол между стороной основания AC и плоскостью грани CMB.
2. В правильной шестиугольной пирамиде $PABCDEF$ сторона основания равна a, угол между гранями PBC и PAF равен α. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

С—17

1. Основанием треугольной пирамиды служит правильный треугольник со стороной, равной a. Боковые грани имеют разные площади. Высота пирамиды равна a. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
2. Если высота треугольной пирамиды проходит через точку пересечения высот основания, то суммы квадратов скрещивающихся ребер пирамиды равны между собой. Докажите.

С—18

1. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна a, а боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом $60°$. Через вершину основания проведена плоскость, перпендикулярная противоположному боковому ребру. Найдите площадь сечения.
2. В основании пирамиды лежит правильный треугольник со стороной, равной $\frac{20\sqrt{3}}{3}$. Одна боковая грань перпендикулярна плоскости основания, а остальные две наклонены к нему под равными углами. Высота пирамиды равна 12. На одном из боковых ребер выбрана точка, которая делит его в отношении $2:3$, считая от вершины. Через эту точку проведена плоскость, параллельная основанию. Найдите площадь боковой поверхности образовавшейся усеченной пирамиды.

C-19

C-20

C-21

C 22

C 23

С—1

1. Точка M лежит в плоскости BDC. Постройте точку пересечения прямой AM с плоскостью DBE (рис. 39).

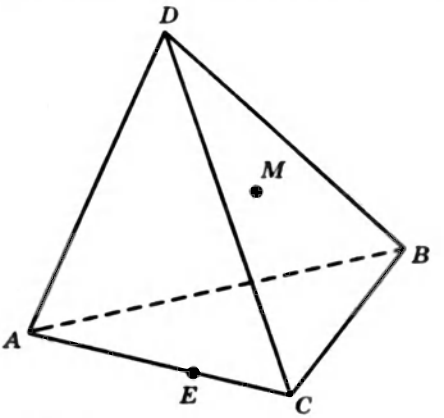


Рис. 39

2. Точка O — центр окружности, описанной около четырехугольника $ABCD$. Точки A, O и C принадлежат плоскости α. Принадлежит ли этой плоскости вершина D?

С—2

1. Пусть a и b — скрещивающиеся прямые и точка M не принадлежит ни одной из них. Всегда ли существует прямая, проходящая через точку M и пересекающая обе данные прямые?
2. В плоскости α расположен треугольник ABC. Через его вершины проведены параллельные отрезки AA_1, BB_1 и CC_1, расположенные по одну сторону от плоскости α, $AA_1 = BB_1 = CC_1$. Точки F, E и M — середины отрезков B_1C, AC_1 и A_1B соответственно. Докажите, что треугольники EMF и ABC подобны.

C - 3

C - 4

C -5

C-6

C -7

C - 8

C - 9

C - 10

C - 11

C – 12

C – 13

C – 14

C – 15

C 16

C-17

C 18

C- 19

C-20

C- 21

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ НА ПОВТОРЕНИЕ ПЛАНИМЕТРИИ

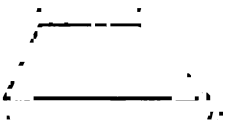
СП 1 Вариант 1

СП 1 Вариант 2

СП – 1 Вариант 3

1. [illegible]

[illegible]



СП – 1 Вариант 4

1. [illegible]

[illegible]

2. [illegible]

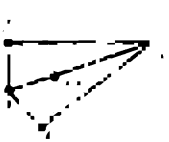
[illegible]

2. [illegible]

[illegible]

3. [illegible]

[illegible]



3. [illegible]

[illegible]

СП - 1 Вариант 5

1. [illegible]

AB

h_a [illegible]

h_b [illegible]

h_{AB} [illegible]

[illegible]

2. [illegible]

$ABCD$ [illegible]

трапеция

S_{ABC} [illegible]

S_{ABCD} [illegible]

[illegible] 10

Найти [illegible]

[illegible]

3. [illegible]

AC [illegible]

BD [illegible]

KB [illegible]

PC [illegible]

Найти [illegible]

[illegible]

1) [illegible]

2) [illegible]

СП- 1 Вариант 6

1. [illegible]

AB

h_a [illegible]

h_b [illegible]

h_{AB} [illegible]

[illegible]

2. [illegible]

$ABCD$ [illegible]

[illegible]

S_{ABC} [illegible]

[illegible]

[illegible]

Найти [illegible]

[illegible]

3. [illegible]

AC [illegible]

BD [illegible]

KB [illegible]

PC [illegible]

Найти [illegible]

[illegible]

1) [illegible]

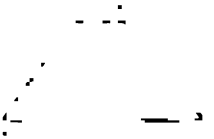
2) [illegible]

B
A
M

СП- 1 Вариант 7

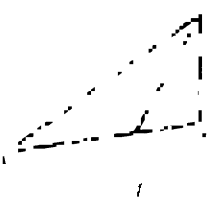
1. [illegible]

[illegible]



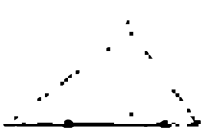
2. [illegible]

[illegible]



3. [illegible]

[illegible]



СП- 1 Вариант 8

1. [illegible]

[illegible]

2. [illegible]

[illegible]

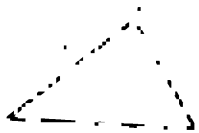
3. [illegible]

[illegible]

СП 2 Вариант 1

1 [illegible]

[illegible]

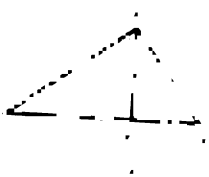


II [illegible]

1) [illegible]
2) [illegible]
3) [illegible]

2 [illegible]

[illegible]

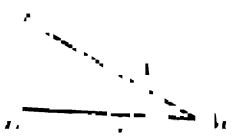


II [illegible]

1) [illegible]
2) [illegible]

3 [illegible]

[illegible]



II [illegible]

СП 2 Вариант 2

1 [illegible]

[illegible]

II [illegible]

1) [illegible]
2) [illegible]
3) [illegible]

[illegible]

II [illegible]

1) [illegible]
2) [illegible]
3) [illegible]

[illegible]

II [illegible]

[illegible]

II [illegible]

СП 2 Вариант 3

1. [illegible]

[illegible]

1) [illegible]
2) [illegible]
3) [illegible]
4) [illegible]

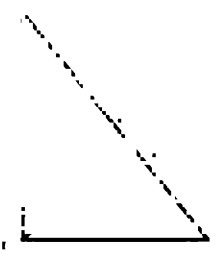
II. [illegible]

1) [illegible]
2) [illegible]
3) [illegible]

2. [illegible]

[illegible]

1) [illegible]
2) [illegible]
3) [illegible]



I. [illegible]

1) [illegible]
2) [illegible]
3) [illegible]

3. [illegible]

[illegible]

1) [illegible]
2) [illegible]

СП 2 Вариант 4

1. [illegible]

[illegible]

1) [illegible]
2) [illegible]
3) [illegible]
4) [illegible]

II. [illegible]

1) [illegible]
2) [illegible]
3) [illegible]

2. [illegible]

[illegible]

1) [illegible]
2) [illegible]
3) [illegible]

I. [illegible]

1) [illegible]
2) [illegible]
3) [illegible]

3. [illegible]

[illegible]

1) [illegible]
2) [illegible]

II. [illegible]

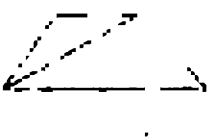
1) [illegible]
2) [illegible]

СП-1 Вариант 5

1. [illegible]

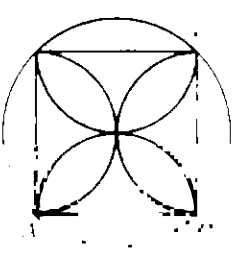
II [illegible]

2. [illegible]



II [illegible]

3. [illegible]



II [illegible]

СП-2 Вариант 5

1. [illegible]

II [illegible]

2. [illegible]

3. [illegible]

II [illegible]

СП-2 Вариант 7

[illegible]

[illegible]

Найти

1) P [illegible]
2) S [illegible]
3) [illegible]
4) PT

СП-2 Вариант 8

[illegible]

[illegible]

Найти

1) C
2) S
3) [illegible]
4) PT

[illegible]

[illegible]

Найти

1) S
2) S

[illegible]

[illegible]

Найти

1) S
2) S

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

ДС - 1 **Вариант 1**

ДС - 1 **Вариант 2**

ДС - 1 **Вариант 3**

ДС - 1 **Вариант 4**

ДГ. [illegible]

ДС 1 [illegible]

ДС 2 [illegible]

ДС 2 [illegible]

ДС - 2 **Вариант 3**

ДС – 2 **Вариант 4**

ДС - 2 **Вариант 5**

[illegible]

[illegible]

[illegible]

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

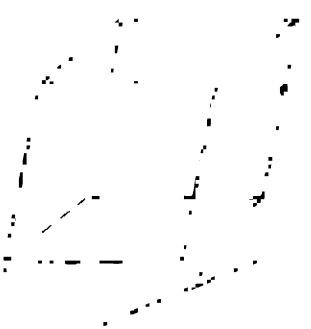
К-1 Вариант 1

1. [illegible]

2. [illegible]

3. [illegible]

4. [illegible]

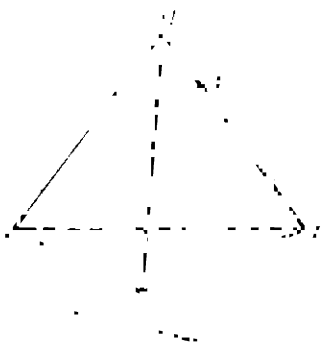


1 [illegible]

2 [illegible]

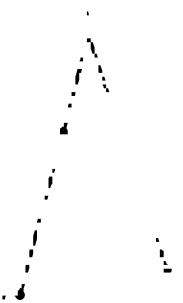
3 [illegible]

4 [illegible]



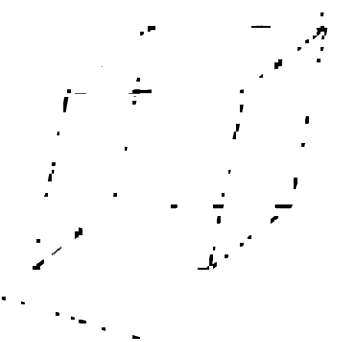
1. [illegible]

2. [illegible]



3. [illegible]

4. [illegible]

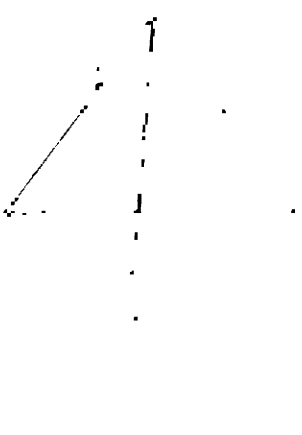


1 [illegible]

2 [illegible]

3 [illegible]

1 [illegible]



К- 3 Вариант 1

К 3 Вариант 2

К – 3 Вариант 1

К 3 **Вариант 4**

К – 4 **Вариант 1**

К 4 **Вариант 2**

К - 4 **Вариант 3**

К - 4 **Вариант 4**

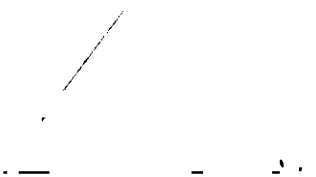
К - 5 **Вариант 1**

К – 5 Вариант 2

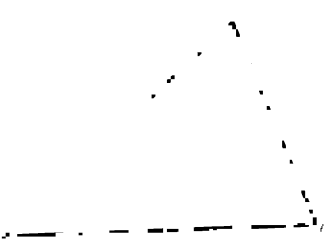
К - 5 Вариант 3

К - 5 Вариант 4

К-6 **Вариант 1**



К-6 **Вариант 2**



К—6 Вариант 3

К-6 Вариант 4

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ДИКТАНТЫ

МД - 1 Вариант 1

1. $AB \perp \alpha$, $CD \perp \alpha$, $B \in \alpha$, $D \in \alpha$, $AB = CD$. Каково взаимное расположение прямой AC и плоскости α?
2. К плоскости проведены две равные наклонные. Равны ли их проекции?
3. Точка M равноудалена от всех вершин прямоугольного треугольника, катеты которого 6 и 8 см. Расстояние от точки M до плоскости треугольника равно 12 см. Найдите расстояние от точки M до вершин треугольника.
4. Основанием прямоугольного параллелепипеда является квадрат со стороной, равной a. Расстояние от бокового ребра до скрещивающейся с ним диагонали параллелепипеда равно ... .
5. $ABCD$ — квадрат (рис. 92). Сторона AE перпендикулярна плоскости квадрата, $K \in EB$. Чему равен угол между BC и AK?
6. В треугольнике ABC $AB = 10$, $\angle A = 30°$, $BD \perp ABC$, $BD = 12$. Расстояние от точки D до AC равно ... .
7. Основанием прямоугольного параллелепипеда служит квадрат со стороной, равной 4. Диагональ параллелепипеда равна 8. Угол между диагональю и боковой гранью равен ... .
8. Точка M равноудалена от всех сторон квадрата $ABCD$, сторона которого равна 8 см. Расстояние от точки M до плоскости квадрата равно 4 см. Угол между плоскостью MCD и плоскостью квадрата равен ... .
9. Прямая a и плоскость α перпендикулярны плоскости β. Каково взаимное расположение прямой a и плоскости α?
10. Треугольник MAB и квадрат $ABCD$ имеют общую сторону AB, и их плоскости взаимно перпендикулярны. Угол MAD равен ... .

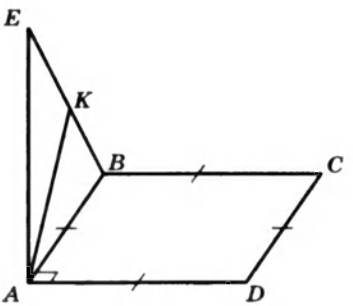


Рис. 92

Вариант 2

1. $AB \perp \alpha$, $CD \parallel AB$, $B \in \alpha$, $D \in \alpha$, $E \in \alpha$, $\angle ECD = 40°$. Тогда $\angle CED$ равен ... .
2. Две наклонные, проведенные к плоскости, имеют равные проекции. Равны ли сами наклонные?
3. Точка D равноудалена от всех вершин правильного треугольника и находится на расстоянии 3 см от его плоскости. Высота треугольника равна 6 см. Расстояние от точки D до вершины треугольника равно ... .
4. Основанием прямоугольного параллелепипеда служит квадрат со стороной, равной a. Расстояние между скрещивающимися диагоналями противоположных граней параллелепипеда равно ... .
5. $ABCD$ — квадрат (рис. 93). Сторона AE перпендикулярна плоскости квадрата, $M \in EC$. Угол между BD и AM равен ... .
6. В треугольнике ABC $AB = 16$ см, $\angle A = 30°$, сторона BK перпендикулярна плоскости треугольника. Найдите BK, если расстояние от точки K до AC равно 17 см.
7. В прямоугольном параллелепипеде основанием служит квадрат. Диагональ параллелепипеда равна 10 см и составляет с плоскостью боковой грани угол 60°. Найдите сторону основания.
8. Точка D равноудалена от всех сторон правильного треугольника ABC. Расстояние от точки D до плоскости треугольника равно $2\sqrt{3}$. Радиус описанной около треугольника окружности равен 4. Угол между плоскостью CDB и плоскостью треугольника равен ... .
9. Две плоскости перпендикулярны третьей. Линии пересечения этих плоскостей с третьей плоскостью параллельны. Каково взаимное расположение этих плоскостей?
10. Прямоугольный треугольник ACB ($\angle C = 90°$) и треугольник CMB имеют общую сторону BC. Плоскости треугольников взаимно перпендикулярны. Угол ACM равен ... .

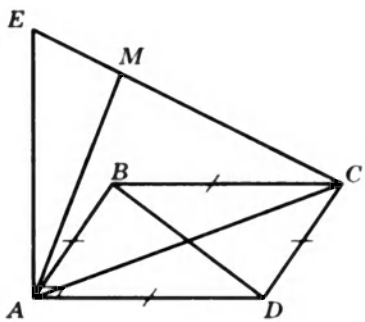


Рис. 93

1. Сторона основания правильной четырехугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна 4 см, а боковое ребро равно 5 см. Найдите площадь сечения, которое проходит через ребро AA_1 и вершину C.
2. В правильной треугольной призме сторона основания равна 3 см, а диагональ боковой грани составляет с плоскостью основания угол 60°. Площадь боковой поверхности призмы равна ... .
3. В наклонном параллелепипеде основанием служит квадрат. Две противоположные боковые грани перпендикулярны плоскости основания. Все ребра параллелепипеда равны 4 см. Найдите площадь каждой из наклонных боковых граней.
4. В наклонной треугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ основанием служит правильный треугольник со стороной, равной a. Боковое ребро равно b, $\angle A_1AC = \angle A_1AB$. Площадь грани CC_1B_1B равна ... .
5. В наклонной треугольной призме боковое ребро равно 10 см. Площади двух боковых граней равны 30 и 40 см^2, угол между ними прямой. Площадь боковой поверхности призмы равна ... .
6. В правильной четырехугольной пирамиде угол между диагональю основания и скрещивающимся с ней боковым ребром равен ... .
7. В правильной четырехугольной пирамиде угол между противоположными боковыми гранями равен 40°. Найдите угол наклона боковых граней к плоскости основания.
8. Основанием пирамиды служит треугольник со стороной, равной 8 см, и с противоположным этой стороне углом 150°. Боковые ребра наклонены к основанию под углом 45°. Высота пирамиды равна ... .
9. Основанием пирамиды служит трапеция, основания которой равны 2 и 8 см. Боковые грани пирамиды наклонены к плоскости основания под равными углами. Высота одной из боковых граней равна 10 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
10. В пирамиде $MABCD$ основанием служит квадрат со стороной, равной a. Грань MAB — правильный треугольник, плоскость которой перпендикулярна плоскости основания. Площади граней MAD и MBC равны ... .

Вариант 2

1. Сторона основания правильной четырехугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна 3 см, а боковое ребро равно 4 см. Найдите площадь сечения, которое проходит через сторону основания AD и вершину C_1.
2. В правильной треугольной призме боковое ребро равно 4 см, а диагональ боковой грани составляет с плоскостью основания угол 45°. Площадь боковой поверхности призмы равна ... .
3. В наклонном параллелепипеде основанием служит квадрат. Две противоположные боковые грани перпендикулярны плоскости основания. Все ребра параллелепипеда равны между собой. Площадь наклонной боковой грани равна 25 см^2. Длина ребра параллелепипеда равна ... .
4. Основанием наклонного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ служит квадрат со стороной, равной a. Боковое ребро равно b. Вершина A_1 равноудалена от всех вершин нижнего основания. Площадь диагонального сечения BB_1D_1D равна ... .
5. В наклонной треугольной призме боковое ребро равно 5 см. Площади двух боковых граней равны 20 см^2, угол между ними 60°. Площадь боковой поверхности призмы равна ... .
6. В правильной треугольной пирамиде угол между скрещивающимися ребрами равен ... .
7. В правильной четырехугольной пирамиде боковые грани наклонены к основанию под углом 50°. Угол между противоположными боковыми гранями пирамиды равен ... .
8. В пирамиде основанием служит треугольник со стороной 6 см и противолежащим углом 30°. Боковые ребра наклонены к основанию под углом 60°. Длина бокового ребра равна ... .
9. Основанием пирамиды служит трапеция, боковые стороны которой равны 2 см и 4 см. Боковые грани пирамиды наклонены к плоскости основания под равными углами. Высота одной из боковых граней равна 5 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
10. Основанием пирамиды $MABCD$ служит квадрат со стороной 6 см. Ребро MB перпендикулярно плоскости основания. Равные боковые ребра равны 8 см. Площадь каждой из наклонных боковых граней равна ... .

Самостоятельные работы

Вар. 5. **1.** Прямые EF и a, EF и b — скрещивающиеся, так как в противном случае прямые AA_1 и BB_1 лежали бы в одной плоскости, что невозможно.

Вар. 6. **1.** Решается аналогично задаче 1 из варианта 5.

Вар. 7. **1.** Прямые c и a лежат в одной плоскости и не пересекаются. Если предположить, что c и a пересекаются в точке X, то тогда легко установить, что точка X принадлежит трем плоскостям α, β и γ, а значит, что она лежит и на линиях пересечения этих плоскостей, взятых попарно. Но тогда прямые a и b будут иметь общую точку X, что противоречит условию. Аналогично доказывается, что $c \parallel b$.

2. Рассмотрим отрезки A_1F и C_1E, $EF \parallel AC$, так как EF — средняя линия треугольника ABC. Легко доказать, что $AC \parallel A_1C_1$. Отсюда следует, что $EF \parallel A_1C_1$. В таком случае EFC_1A_1 — трапеция, основания которой EF и A_1C_1, причем $EF : A_1C_1 = 1 : 2$. Пусть диагонали этой трапеции A_1F и C_1E пересекаются в точке K. Из подобия треугольников A_1KC_1 и EKF следует, что $A_1K : KF = C_1K : KE = 1 : 2$. Рассмотрим теперь отрезки A_1F и B_1M. Аналогично можно доказать, что они пересекаются в некоторой точке K_1, причем $A_1K_1 : K_1F = B_1K_1 : K_1M = 1 : 2$. В таком случае точки K и K_1 совпадают. Этим и доказывается данное утверждение.

Вар. 8. **1.** Через прямую a и точку M проходит плоскость α. Если эта плоскость пересекает прямую b в некоторой точке X, то прямая XM, если она непараллельна α, является искомой.

2. Легко доказать, что CC_1B_1B, AA_1C_1C и AA_1B_1B — параллелограммы и точки F, E и M — точки пересечения их диагоналей, EF — средняя линия треугольника AC_1B и $EF = \frac{1}{2}AB$. Аналогично $MF = \frac{1}{2}AC$ и $EM = \frac{1}{2}BC$. Отсюда следует подобие треугольников EMF и ABC по третьему признаку подобия.

С—3

Вар. 2. **1.** $BF : FC = 2 : 3$.

Вар. 3. **1.** Прямая b либо параллельна плоскости α, либо лежит в этой плоскости.

2. 2) $50°$.

Вар. 4. **2.** 2) $80°$.

Вар. 5. **1.** Необходимо доказать, что четырехугольник $PKHM$ является параллелограммом.

2. 2) $OO_1 \parallel AA_1$. 3) $60°$.

Вар. 6. **1.** Решается аналогично задаче 1 из варианта 5.

2. 2) $KK_1 \parallel BC$. 3) $70°$.

Вар. 7. **1.** Пусть ME и MF — медианы треугольников AMD и DMC. Рассмотрим треугольники EMF и HMH_1, где $\frac{MH}{ME} = \frac{MH_1}{MF} = \frac{2}{3}$. Кроме того, у этих треугольников угол EMF —

общий. Отсюда следует, что $\triangle EMF \sim \triangle HMH_1$. В таком случае $HH_1 \parallel EF$. Так как EF — средняя линия треугольника ADC, то $EF \parallel AC$. Поэтому $HH_1 \parallel AC$ и HH_1 параллельна плоскости AMC.

2. MF и EF — линии пересечения плоскости MFE с плоскостями CDB и ABC. Линия пересечения с плоскостью ADC проходит через точку M и параллельна AC. Пусть ее точка пересечения с AD есть точка P. Тогда PE — линия пересечения с плоскостью ADB, $PMFE$ — параллелограмм, $\angle EFM$ — угол между скрещивающимися прямыми AC и DB, $EF = 5$, $MF = 10$, $S = EF \cdot MF \sin \angle EFM$, $25\sqrt{3} = 50 \sin \angle EFM$, $\sin \angle EFM = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\angle EFM = 60°$ (угол между скрещивающимися прямыми — острый или прямой).

Вар. 8. 1. Да, параллельны.

2. 200. Задача решается аналогично задаче из варианта 7.

С—4

Вар. 3. 2. Если прямые AB и CD — скрещивающиеся, то AD и BC тоже скрещивающиеся прямые. Если же $AB \parallel CD$, то AD и BC пересекаются или параллельны.

Вар. 4. 2. AC и BD скрещивающиеся, пересекающиеся или параллельны. См. ответ к задаче 2 из варианта 3.

Вар. 5. 1. 10 см, 12,5 см.

2. О положении плоскостей судить нельзя.

Вар. 6. 1. 10 см, 15 см.

2. Прямые должны пересекаться или скрещиваться.

Вар. 7. 1. Через точку M проводим прямую, параллельную BB_1, до пересечения с AC в точке E. Через точку E проводим прямую, параллельную KB, до пересечения с прямой AB в точке P. Через точку P проводим прямую, параллельную BB_1. Легко доказать, что эта прямая является линией пересечения указанной плоскости с плоскостью ABB_1.

2. В плоскости, проходящей через точку M и параллельной α.

Вар. 8. 1. Решается аналогично задаче 1 из варианта 7.

С—5

Вар. 1. 2. $2\sqrt{3}$ см^2.

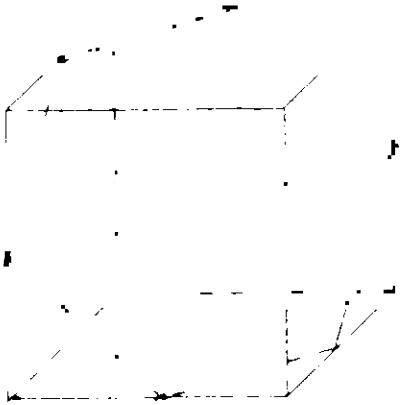
Вар. 2. 2. $4\sqrt{3}$ см^2.

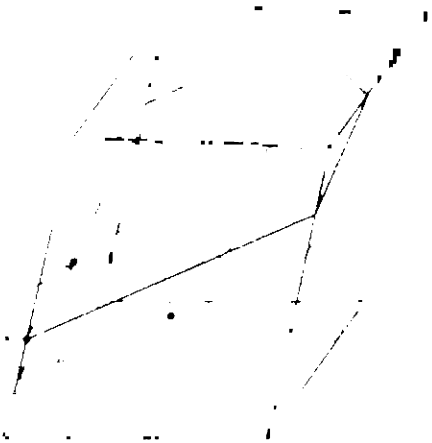
Вар. 3. 2. $4\sqrt{33}$ см^2.

Вар. 4. 1. 90°. 2. 48 см^2.

Вар. 5. 2. Каждые два из указанных отрезков являются диагоналями параллелограмма, причем стороны этого параллелограмма являются средними линиями соответствующих граней тетраэдра. Для доказательства следует воспользоваться теоремой о сумме квадратов диагоналей параллелограмма.

Вар. 6. 2. Рассмотрите любые два отрезка указанных прямых и докажите, что, пересекаясь, они делятся в отношении 1 : 3.





$EM \parallel CF$ и $MK \parallel AF$, $M \in DB$. Тогда треугольник KME — искомое сечение. Его площадь равна $\frac{a^2\sqrt{2}}{16}$.

Вар. 6. 1. Решается аналогично задаче 1 из варианта 5.

2. Строим FE параллельно AC и соединяем точки E и B, FEB — искомое сечение. Легко доказать, что $FE \perp CD$ и $EB \perp CD$, т. е. плоскость FEB перпендикулярна CD.

Вар. 7. 1. Треугольники AA_1D_1 и AA_1B_1 равны, а потому $AB_1 = AD_1$. Пусть O — середина отрезка B_1D_1. Тогда $B_1D_1 \perp AO$ и $B_1D_1 \perp A_1C_1$, т. е. B_1D_1 — перпендикуляр к плоскости ACC_1, а потому $B_1D_1 \perp A_1C$, так как A_1C лежит в этой плоскости.

2. Через точку M проводим прямую, параллельную AC, через точку пересечения этой прямой с ребром AA_1 проводим прямую, параллельную AB. Дальнейшее построение очевидно.

Вар. 8. Решения аналогичны задачам из варианта 7.

С—9

Вар. 1. $6\sqrt{5}$ см.

Вар. 2. 4 см.

Вар. 3. 15.

Вар. 4. 54.

Вар. 5. 12 см. Необходимо воспользоваться теоремой о сумме квадратов диагоналей параллелограмма.

Вар. 6. Пусть AA_1, BB_1, CC_1 и DD_1 — перпендикуляры к плоскости α. Плоскости, определяемые параллельными прямыми AA_1, CC_1 и BB_1, DD_1, пересекаются по прямой OO_1. Очевидно, что $OO_1 \perp \alpha$ и $OO_1 = 15$ см. Так как средняя линия трапеции параллельна плоскости α, то этой плоскости параллельны и основания трапеции AD и BC. Пусть $AA_1 = x$. Так как средняя линия трапеции удалена от плоскости α на расстояние, равное 13, то $BB_1 = 26 - x$. Рассмотрим трапецию BDD_1B_1. Так как основания трапеции относятся как 1 : 2, то очевидно, что и $BO : OD = 1 : 2$. Итак, в трапеции BDD_1B_1 $BB_1 = 26 - x$, $DD_1 = x$, $OO_1 \parallel BB_1$, причем $BO : OD = 1 : 2$. Отсюда легко найти, что $x = 7$. Тогда расстояния от оснований до плоскости α равны 7 и 19 см.

Вар. 7. В треугольнике MBD необходимо опустить перпендикуляр OK на прямую MD, где O — точка пересечения диагоналей квадрата. Легко доказать, что OK — искомое расстояние. Из подобия треугольников MBD и OKD находим, что $OK = \frac{\sqrt{6}}{6}$.

Вар. 8. Из точки C опустим перпендикуляр CC_1 на плоскость α, $CC_1 = 20$. Из треугольника CC_1D находим, что $DC_1 = 15$. Легко доказать, что искомое расстояние будет равно высоте треугольника BC_1D, опущенной на сторону DC_1. Ответ: 11,2.

С—10

Вар. 1. 1. 8. 2. 55°33′, 23°35′.

Вар. 2. 1. *а*. 2. 29°56′, 19°28′.

Самостоятельные работы на повторение планиметрии

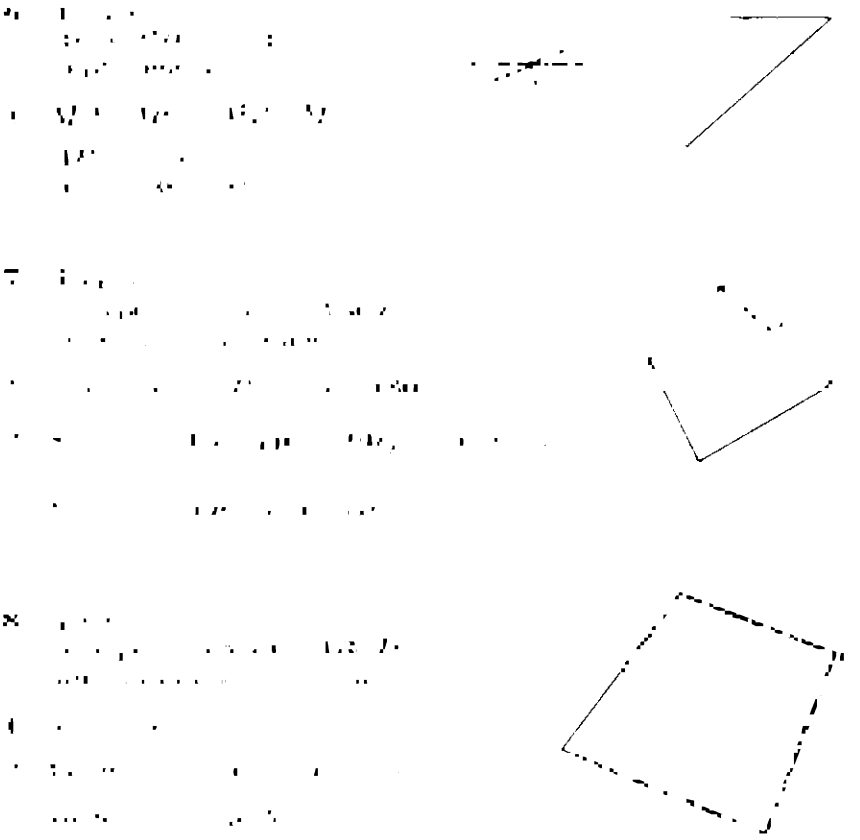
d.

Дополнительные самостоятельные формы

Контрольные работы

ПРИЛОЖЕНИЕ

Основные геометрические соотношения



Условные обозначения:

Учебное издание

Зив Борис Германович

ГЕОМЕТРИЯ
ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

10 КЛАСС

Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*
Редактор *Л. В. Кузнецова*
Младший редактор *С. В. Дубова*
Художники *О. В. Корытов, О. П. Богомолова*
Художественный редактор *О. П. Богомолова*
Технический редактор *Н. В. Лукина*
Корректор *А. К. Райхчин*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать с диапозитивов 17.03.09. Формат $60 \times 90^1/_{16}$. Бумага офсетная. Гарнитура Школьная. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 6,18. Тираж 15 000 экз. Заказ № 28060.

Открытое акционерное общество «Издательство «Просвещение».
127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано в ОАО «Саратовский полиграфкомбинат».
410004, г. Саратов, ул. Чернышевского, 59. www.sarpk.ru

БАЗОВЫЙ • ПРОФИЛЬНЫЙ
УРОВНИ

Учебно-методический комплект включает:

Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, Л.С. Киселева, Э.Г. Позняк
ГЕОМЕТРИЯ
Учебник для 10 – 11 классов

Б.Г. Зив
ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ
по геометрии для 10 и 11 классов

В.Ф. Бутузов, Ю.А. Глазков, И.И. Юдина
РАБОЧИЕ ТЕТРАДИ
по геометрии для 10 и 11 классов

Б.Г. Зив, В.М. Мейлер, А.Г. Баханский
ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИИ
для 7 – 11 классов

С.М. Саакян, В.Ф. Бутузов
ИЗУЧЕНИЕ ГЕОМЕТРИИ
в 10 – 11 классах
Методические рекомендации к учебнику

ISBN 978-5-09-021737-8
9 785090 217378

ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО